IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO PROBABILÍSTICO PARA EL PROBLEMA DEL TRANSPORTE DE CARGA

NATALIA LOZANO CERÓN

UNIVERSIDAD LIBRE SECCIONAL PEREIRA

INGENIERIA COMERCIAL

PEREIRA

2018

IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO PROBABILÍSTICO PARA EL PROBLEMA DEL TRANSPORTE DE CARGA

NATALIA LOZANO CERÓN

Proyecto de investigación presentado como requisito para optar al título de Ingeniera Comercial.

Director de proyecto: PhD. Cesar Augusto Peñuela

UNIVERSIDAD LIBRE SECCIONAL PEREIRA

INGENIERIA COMERCIAL

PEREIRA

2018

Nota de aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Pereira, Risaralda. Octubre de 2018.

DEDICATORIA

A mi esposo, por creer en mi y por motivarme a cumplir mis sueños. A mi bebe que viene en camino, porque quiero que él, o ella, siempre tengan presente que por difícil que sea el camino, con perseverancia y dedicación todo es posible. A Dios, por permitirme estar aquí, concluyendo lo que un día empecé con tanto amor e ilusión y a mi familia por inspirarme, por su apoyo incondicional.

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi infinita gratitud al PhD. Cesar Augusto Peñuela, mi tutor y director de proyecto, por su paciencia, por toda su colaboración, por el tiempo invertido durante el periodo de elaboración de mi proyecto, por motivarme siempre, por ponerme retos y por compartir conmigo un poco de su conocimiento y de su pasión por lo que hace.

También quiero agradecer al PhD. Jhon Jairo Santa, por introducirme a la investigación de operaciones y sembrar la curiosidad o interés en el tema que más adelante me llevaría a ser parte del semillero de investigación INAP dirigido por el PhD. Cesar Augusto Peñuela en donde inicie y finalice mi proyecto de grado.

Por último, gracias a mis compañeras de semillero, a mi familia y amigos y a todas las personas que ayudaron directa o indirectamente en la realización de este proyecto.

RESUMEN

Este proyecto de investigación se centra en el estudio y la comparación entre el método de Monte Carlo y un modelo de transporte basado en la teoría de la incertidumbre propuesto por Yuhong Sheng y Kai Yao de la Universidad de Tsinghua, China, en su artículo de investigación titulado “A transportation Model With Uncertain Costs and Demands”; se propone el estudio de variables dinámicas en el problema de transporte de carga por medio de un algoritmo de optimización con capacidad de analizar dichas variables a través de un tratamiento probabilístico, en donde cada variable se define a través de un valor medio y una probabilidad dada de ocurrencia.

A partir de los modelos anteriormente mencionados se implementan rutinas por medio del software Scilab, en donde se utiliza la función ***Karmarkar,*** la cual, a su vez invoca el método de Punto Interior para la solución del problema de programación lineal, permitiendo así, la elaboración de una ruta óptima para el transporte de mercancías considerando variables con incertidumbre.

A lo largo de esta investigación y después de varias pruebas con los dos modelos propuestos, fueron encontrados resultados en donde se evidenció el método más simple y que arrojara resultados óptimos para el problema propuesto.

ABSTRACT

This research project focuses on the study and comparison between the Monte Carlo method and a transportation model based on uncertainty theory proposed by Yuhong Sheng and Kai Yao of Tsinghua University, China; in their research article titled "A transportation Model with Uncertain Costs and Demands". A study of dynamic variables is proposed for the problem of load transportation by means of an optimization algorithm with the capacity to analyze these variables through a probabilistic treatment, where each variable is defined through a mean value and a given probability of occurrence.

From the aforementioned models, routines are generated by the *Scilab* software, where the ***Karmarkar*** function is used, which in turn invokes the Interior Point Method to solve a linear programming problem. So, the elaboration of an optimal route for the transport of goods considering variables with uncertainty is allowed.

Throughout this research and after several tests with the two proposed models, results were found, in which the simplest method was shown, and which would yield to optimal results for the proposed problem.

TABLA DE CONTENIDO

INDICE DE TABLAS

INDICE DE FIGURAS

INDICE DE ILUSTRACIONES

1 INTRODUCCIÓN

Las empresas de logística y transporte se enfrentan con frecuencia a situaciones más exigentes y con menos recursos disponibles, producto de la inestabilidad de los mercados, las exigencias de los TLC's, las deficiencias en infraestructura vial del país, el deterioro y obsolescencia del parque automotor, el competitivo contexto empresarial, entre otras.[1]

En general, se puede decir que el sistema de transporte es caracterizado por un comportamiento en red, y puede ser modelado matemáticamente para un determinado conjunto de variables, parámetros, y restricciones. Estos modelos son susceptibles de ser optimizados a través de la definición adecuada de uno o varios objetivos y la aplicación de una técnica de optimización eficiente. En la actualidad, un aspecto que llama la atención en casi todos los procesos sociales, industriales, y empresariales, es la optimización del uso de los recursos existentes para desarrollar tareas específicas. Muchas de estas tareas y problemas del mundo real pueden ser resueltos y optimizados a partir de una representación en red, consistente en identificar nodos y sus correspondientes interacciones[2]. Actualmente, los modelos matemáticos descritos en la literatura para el problema de transporte tienen una naturaleza estática, es decir, se fundamentan en el conocimiento a priori de los parámetros del sistema, los cuales se conservan

---

[1] LAPORTE, G., Fifty years of vehicle routing. 2009
BILGLE, U., AGV Systems with multi-load carriers: Basic issue and potential benefits, 1997

[2] BALLOW, R. H., Business Logistic/Supply chine management, 2004
GONZALEZ de la Rosa, Manuel, MARTINEZ Urbano, Norma, GARCIA Gonzáles, Venancio, otros. Estudio de tres algoritmos heurísticos para resolver un problema de distribución con ventanas de tiempo: Sistema por colonia de hormigas, búsqueda tabú y heurístico constructivo de una ruta. Universidad Autónoma del Estado de México, México. 29 de abril de 2018.

invariantes durante la ejecución del proceso de solución. Sin embargo, los problemas de la vida real no conservan dicha naturaleza, y datos que se asumen como constantes pueden sufrir alteraciones en el tiempo que afectan la solución global del problema.

El proyecto presentado se fundamenta en la implementación de un modelo matemático que represente un problema de transporte de carga, con el cual se pretende recopilar conocimiento y habilidades matemáticas para resolver problemas de la vida real en mejora de la eficiencia logística del transporte. El proyecto de investigación considera la implementación de un modelo matemático lineal, simplificado, pero suficientemente amplio, que permita la elaboración de una ruta óptima para el transporte de mercancías considerando variables con incertidumbre.

A lo largo de esta investigación fueron encontrados resultados muy positivos en donde se evidencio el método óptimo para la resolución del problema de transporte, después de varias pruebas con los dos modelos propuestos fue preciso elegir el método más simple y que arrojara resultados óptimos para la investigación.

1.1 ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS

Se utilizan motores de búsqueda tales como Google Scholar y Scopus en donde se suministran palabras clave como, modelo de transporte, simulación, variables inciertas, Montecarlo, Chinese Postman Problem, Uncertainty Theory, Uncertain Programming, transporte de carga, costos de transporte, transporte en Colombia, Costos del transporte y planificación del transporte.

El problema de transporte hace parte de los modelos clásicos de la literatura especializada, y hace referencia a la necesidad de llevar un producto desde un conjunto de centros de suministro (S), hacia un conjunto de centros de consumo (D), a través un conjunto de rutas con costos asociados definidos y conocidos, donde el objetivo del proceso es encontrar el despacho óptimo desde los centros de suministro hasta los de consumo con el menor costo[3]. Este modelo básico puede ser resuelto de manera eficiente, a través de técnicas clásicas como el simplex[4], pero para que el método de transporte pueda ser resuelto a través de una técnica de optimización clásica se deben cumplir los siguientes criterios:

- La función objetivo y las restricciones deben ser lineales.
- El total de unidades que salen en origen deben ser iguales al total de unidades que entran en destino.

Sin embargo, y con el fin de aproximarse de mejor forma a los problemas de la vida real, se han propuesto en la literatura algunas modificaciones y extensiones del modelo clásico[5]. De esta forma la solución del modelo matemático se complica, ya que este incrementa su complejidad computacional y se torna en un problema no lineal entero mixto, el cual requiere de herramientas propias de la inteligencia artificial para resolverlo[6].

---

[3] OLIVEIRA, A. Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos. Universidad de la República, Instituto Computacional, Facultad de Ingeniería. Uruguay, 2004.

[4] BAZARAA, S., SHERALI, H.D. and Shetty, C.M. Nonlinear Programming Theory and Algorithms. 3rd Edition, John Wiley and Sons, New York. 2006. Disponible en internet: https://doi.org/10.1002/0471787779

[5] AGUADO, J. S. Fixed Charge Transportation Problems: a new heurstic approach based on Lagrangean Relaxation and the solving of core problems. Annals of Operations Research. Noviembre de 2009. En Internet: https://doi.org/10.1007/s10479-008-0483-2
LAPORTE. OP. CIT. P. 14.

[6] DORIGO, M., & GAMBARELLA, L. M. Ant colony systems: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997.

Entre las extensiones de mayor importancia se encuentra el problema del enrutamiento de vehículos (VRP por su acrónimo en inglés), en el cual se debe determinar el conjunto de rutas óptimas para una flota de vehículos que parten de uno o más depósitos (o almacenes) con la carga necesaria para satisfacer la demanda de varios clientes dispersos geográficamente, cuidando, en todo caso, que se respete la capacidad de transporte de cada vehículo[7]. En este tipo de problemas se asume que el recorrido de cada vehículo siempre finaliza en el mismo punto del cual parte.

La solución de los modelos matemáticos descritos anteriormente se basa en el conocimiento a priori de los parámetros del problema. Es decir, se cuenta con el costo en que se incurre en cada trayecto, así como la cantidad de carga proyectada en los centros de suministro y de consumo, la cantidad de vehículos disponibles, entre otros. Sin embargo, estos datos pueden no siempre ser conocidos completamente, y pueden existir variables a las cuales apenas se les puede asociar una cierta probabilidad de ocurrencia.

Para contornar la incertidumbre en las variables del problema se han planteado modelos estocásticos o difusos[8] los cuales resultan altamente complejos de resolver y quedan limitados en su mayoría a instancias pequeñas, distanciándose así de los problemas de la vida real. Sin embargo, el entendimiento de modelos clásicos es el punto de partida para la innovación de estado del arte. Por tal

---

[7] TZONG-RU Lee, JI-HWA Ueng, "A study of vehicle routing problems with load-balancing", International Journal of Physical Distribution & Logistics Management, Vol. 29 Issue: 10, pp.646-657. 1999. En Internet: https://doi.org/10.1108/09600039910300019.
KOO, P. H., Lee, W. S., & JANG, D. W. Fleet sizing and vehicle routing for container transportation in a static environment. 2004. OR Spectrum, 26(2), 193-2009.

[8] HVATTUM Lars M., LØKKETANGEN Arne, LAPORTE Gilbert. Solving a Dynamic and Stochastic Vehicle Routing Problem with a Sample Scenario Hedging Heuristic. Informs PubsOnLine (En Linea). Noviembre de 2006. En Internet: https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.1060.0166 motivo, este proyecto compromete sus esfuerzos en alcanzar dicho estado del arte.

- OPTIMIZACIÓN POR SIMULACIÓN BASADO EN EPSO PARA EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON DEMANDAS ESTOCÁSTICAS

En este artículo se presenta la estrategia (SIM-EPSO) para la solución del Problema de Ruteo de Vehículos con Demandas Estocásticas (VRPSD, por sus siglas en inglés) con descarga preventiva para el caso de un solo vehículo, desarrollando la metaheurística híbrida Optimización de Enjambre de Partículas Evolutivo (EPSO) y Simulación Monte Carlo para la evaluación de la función objetivo. Adicionalmente, se usa un diseño experimental con el propósito de determinar el impacto de los parámetros del VRPSD sobre la función objetivo, y se construyó un banco de pruebas con el objetivo de medir la calidad de las soluciones encontradas en el SIM-EPSO, las cuales fueron contrastadas con la versión básica de la metaheurística Optimización de Enjambre de Partículas (PSO). Los resultados computacionales obtenidos evidencian la eficiencia de la estrategia propuesta para encontrar mejores soluciones respecto al PSO en un tiempo computacional competitivo.

El VRPSD surge debido a situaciones reales de entrega o de recolección de mercancías en las cuales la empresa encargada de la distribución cuenta con clientes con demandas inciertas. Bajo esta consideración, la demanda sólo será revelada en el momento en que el vehículo visita al cliente. En el caso determinista, las rutas se planean de forma que los vehículos tengan suficiente capacidad para satisfacer las demandas de los clientes dadas unas rutas preestablecidas. En el caso que las demandas son estocásticas, el concepto de “rutas preestablecidas” tiene una interpretación diferente y se requieren de reglas de decisión o políticas de ruteo.

En la literatura se han estudiado tres enfoques principales respecto al tipo de política de ruteo que se efectúa:

a.) A priori (política estática, offline).

b.) Dinámica (política de re optimización, online).

c.) Mixta (política de descargue/abastecimiento preventivo).

En primer lugar, se encuentra la política estática o a priori la cual se enmarca dentro de los procesos estocásticos de dos estados; en el primer estado se determina una secuencia de clientes (llamada ruta a priori) que deben ser visitados en ese orden por un vehículo, y en el segundo estado se ejecuta la ruta tal y como se definió. En caso de que la ruta falle, se toma una acción recursiva.

En segundo lugar, se encuentran las políticas dinámicas las cuales se formulan matemáticamente como un problema estocástico de múltiples estados.

En tercer lugar, se encuentra la política de descargue/abastecimiento preventivo. Esta política combina elementos de las políticas a priori y dinámica enmarcándose en un proceso estocástico de dos estados, en la cual el vehículo sigue una ruta a priori en el primer estado y a la vez está habilitado con reglas dependientes de estado que permiten reaprovisionamientos anticipados en el segundo estado.[9]

- MODELO DE TRANSPORTE CON INCERTIDUMBRE DE COSTOS Y DEMANDAS

---

[9] GALVAN, Silvia, ARIAS, Javier, LAMOS, Henry; “Optimización por Simulación Basado en Epso Para el Problema de Ruteo de Vehículos con Demandas Estocásticas”; Universidad Industrial de Santander. Mayo 5 de 2013.

El modelo de transporte es generalmente investigado para reducir al mínimo el costo total bajo algunas restricciones, tales como ofertas y demandas. Este artículo presenta un modelo de transporte seguro, en el que los costos unitarios, suministros y demandas son todas variables inciertas en lugar de variables aleatorias. El modelo se puede transformar en una forma determinista tomando valor esperado en función objetivo y nivel de confianza en las funciones de restricción. Finalmente, se da un ejemplo numérico en el problema de transporte incierto.

Debido a cambios en las ventas, condiciones climáticas, condiciones del camino y otros factores, la oferta, la demanda y el costo del transporte no es fijo. Se propone un nuevo modelo de transporte basado en la teoría de la incertidumbre.[10]

- ANÁLISIS DE DECISIÓN APLICADO A LA LOGÍSTICA DE TRANSPORTE

La aplicación del análisis de decisión se enfrenta a tres situaciones: de certeza, de riesgo y de incertidumbre. En las situaciones de certeza las variables son determinísticas. En las situaciones de riesgo existen probabilidades conocidas asociadas a los posibles eventos que suceden. Finalmente, en las situaciones de incertidumbre se encuentran eventos con probabilidades asociadas, pero no conocidas. En este trabajo se analiza la toma de decisiones bajo situaciones de

[10] SHENG, Yuhong, YAO, Kai. Modelo de Transporte con Incertidumbre de Costos y Demandas. Facultad de Matemática y Ciencias de Sistemas de la Universidad de Xinjiang, Urumqi 830046, China, Departamento de Ciencias Matemáticas de la Universidad de Tsinghua, Beijing 100084, China, International journal on information, August 2012.

riesgo, aplicándola a las redes de transporte logísticas, mediante la técnica de árboles de decisión.

La técnica de árboles de decisión suele emplearse para proyectos de localización, ampliaciones de planta, evaluación de proyectos de riesgo, etc. Se desarrollará una aplicación poco común: la logística de transporte. A modo introductorio, se plantea dos aproximaciones para la selección de rutas: la programación matemática y el uso de probabilidades. La “variable crítica”, que se busca minimizar, para el primer método es la distancia, mientras que para el segundo es el tiempo. El presente trabajo busca formular un método capaz de combinar estas dos variantes, con el objetivo de optimizar la actividad del transportista minimizando los costos.[11]

- MODELANDO INCERTIDUMBRE EN EL DISEÑO DE UNA CADENA DE SUMINISTRO

En los últimos años, la modelación matemática de problemas de cadenas de suministro ha adquirido gran importancia debido a que estos involucran problemas relevantes: reducción de inventarios, minimización de costos de operación, maximización de ganancias, etc. El problema se resuelve bajo el enfoque de la programación estocástica con recurso. El problema que se aborda se basa en un diseño de cadena de suministro de dos niveles, en donde el producto es enviado de las plantas a los almacenes en el primer nivel, y de los almacenes a los centros

[11] MOHAMAD, J. A., BENCE Pieres, M. Análisis de decisión aplicado a la logística de transporte [en línea]. En: III Congreso Argentino de Ingeniería Industrial; Oberá: Universidad Nacional de Misiones. Facultad de Ingeniería. 2009 Oct 29-30. Disponible en: http://www.bibliotecadigital.uca.edu.ar/repositorio/contribuciones/analisis-decision-aplicado-logistica-transporte.pdf.

de distribución en el segundo. Se cuentan con diversos medios de transporte diferencian entre sí por el tiempo empleado y el costo para enviar el producto a lo largo de la cadena. La demanda de los productos en los centros de distribución se considerará aleatoria. Las decisiones fundamentales consisten en la selección de los almacenes (también denominados “bodegas”), y la selección del servicio de transporte entre cada par de instalaciones. Asimismo, deben determinarse los flujos del producto de las plantas a las bodegas, y desde éstas hacia los centros de distribución.[12]

- TRANSPORTE DE CARGA: UNA CUANTÍA AÚN A MEDIO PAGAR

Infraestructura deficiente, altos costos logísticos, parque automotor antiguo, impuestos y trámites son parte de la problemática que deben enfrentar el Gobierno y las empresas de transporte de carga terrestre y de logística, especialmente en tiempos en que los convenios comerciales exigen un desarrollo del país acorde con niveles efectivos de operatividad.

Según el Informe Global sobre Competitividad 2011-2012 del Foro Económico Mundial, Colombia se encuentra en el puesto 68 (de 142) en competitividad; en materia de calidad de carreteras en el 108, y en el 95 en cuanto a calidad de la infraestructura en general.

Para Jaime Sorzano Serrano, presidente ejecutivo de la Federación Colombiana de Transportadores de Carga por Carretera (Colfecar) “las principales desventajas para el sector del transporte de carga radican en la carencia y deficiencia de la

---

[12] BÁEZ, Ángeles, CARDONA, Yajaira, ALVAREZ, Ada. Modelando Incertidumbre en el Diseño de una Cadena de Suministro. Revista Ciencia Uanl / Vol. Xii, No. 3, Julio - septiembre 2009

infraestructura vial, una de las más precarias a nivel mundial. Además agrega: “Hay carencia de infraestructura logística (centrales de carga, puertos secos, centrales de transferencia, patios de contenedores, parqueaderos de vehículos de carga, entre otros), al igual que escasa cultura y disposición logística con sentido de cadena (generadores de carga, operadores logísticos, patios de contenedores, sociedades portuarias, concesiones viales, aseguradores y transportadores, entre otros)”.

De la misma forma, Sorzano cree que Colombia adolece de un bajo sentido de asociatividad empresarial que conduzca a la formalización de consorcios, alianzas y otros recursos de esa naturaleza, lo cual representa una herramienta invaluable para abordar exitosamente los distintos nichos de la cada vez más compleja cadena de transporte y logística.

Sin embargo, los acuerdos comerciales con diversos países, en especial con Estados Unidos y la Unión Europea, motivan la puesta en marcha del desarrollo de los sectores transportador, logístico y de infraestructura en Colombia. El presidente Juan Manuel Santos se ha comprometido con ello.[13]

- MODELO DE PROGRAMACIÓN INCIERTA PARA EL PROBLEMA DEL CARTERO CHINO CON PESOS INCIERTOS

El problema del cartero chino es uno de los problemas clásicos de optimización combinatoria con muchas aplicaciones. Sin embargo, en la aplicación, con frecuencia se encuentran algunos factores inciertos. Se emplea una programación incierta para tratar el problema del cartero chino con peso incierto. En el marco de

---

[13] BERNAL, Marta. Transporte de carga: Una cuantía aún a medio pagar. LEGIS, Revista de Logística. Mayo de 2012. Disponible en internet: http://www.revistadelogistica.com/transporte-de-carga-una-cuantia-aun-a-medio-pagar.asp

la teoría de la incertidumbre, se proponen los conceptos de la ruta más corta esperada, la ruta α-más corta y la ruta más corta de distribución. Después de eso, se construyen el modelo más corto esperado y el modelo α-más corto. Aprovechando las propiedades de la teoría de la incertidumbre, estos modelos pueden transformarse en sus correspondientes formas deterministas, que pueden ser resueltas mediante algoritmos clásicos[14].

- ALGORITMO BASADO EN LA OPTIMIZACIÓN MEDIANTE COLONIAS DE HORMIGAS PARA LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA DEL TRANSPORTE DE CARGA DESDE VARIOS ORÍGENES A VARIOS DESTINOS

Se aborda el problema del transporte de muchos orígenes a muchos destinos con varios depósitos (en inglés hubs). Este es el problema que cualquier empresa de paquetería debe afrontar para el transporte entre delegaciones. Para cada par origen-destino, se trata de elegir la alternativa de ruta de manera que el coste del sistema resulte óptimo en términos económicos, cumpliendo un determinado nivel de servicio. Las alternativas de ruta que se contemplan son: transporte directo, transporte a través de un depósito, transporte a través de dos depósitos, transporte mediante una ruta con paradas múltiples en origen (peddling en origen), transporte mediante una ruta con paradas múltiples en destino (peddling en destino). La resolución mediante programación entera de este problema resulta inviable cuando se aplica a ejemplos de tamaño real, por lo que se utilizan métodos heurísticos para su resolución. En este trabajo se desarrolla un algoritmo

---

[14] Zhang B, and Peng J, Uncertain programming model for Chinese postman problem with uncertain weights, Industrial Engineering & Management Systems, Vol.11, No.1, 18-25, 2012.

metaheurístico, basado en la optimización mediante colonias de hormigas (ACO). Para ello se divide el problema general en dos subproblemas. Primero se resuelve el problema mediante ACO, contemplando solamente las alternativas de ruta directa y a través de uno o dos hubs. La solución encontrada en esta primera fase se utiliza como solución de partida para una segunda fase, en la que se intenta introducir rutas con paradas múltiples para así mejorar dicha solución. En esta segunda fase también se utiliza la optimización mediante colonias de hormigas.

Los resultados del algoritmo se contrastan, para ejemplos pequeños, con los resultados exactos encontrados utilizando la programación entera. Finalmente, el algoritmo se aplica a un problema real[15].

- EVALUACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE LAS FUNCIONES DE COSTO EN LA RED ESTRATÉGICA DE TRANSPORTE DE CARGA PARA COLOMBIA

La modelación estratégica del transporte de carga ha sido un tema de creciente interés por su utilidad para la evaluación de proyectos. Uno de los tópicos relevantes es la valoración de los parámetros que definen los niveles de servicio de los arcos; se valoran los parámetros de las funciones de costos, involucrando costos internos y externos, para la red intermodal colombiana, empleando una metodología que se podría aplicar fácilmente en otros sistemas de transporte. Estableciendo tipologías de arcos, se estudian los costos internos referidos al valor del tiempo y los costos de operación; adicionalmente, se estudian cinco componentes de costos externos: congestión, accidentes, polución, efectos sobre cambio climático y daños a infraestructura. Se valora los parámetros de las

[15] BARCOS Lucia, RODRIGUEZ Victoria M. ALVAREZ Mª Jesús. Algoritmo basado en la optimización mediante colonias de hormigas para la resolución del problema del transporte de carga desde varios orígenes a varios destinos. Departamento de Organización Industrial, Tecnun, Universidad de Navarra, España. 2002.

funciones de costos en arcos de los modos transporte carretero, Ferroviario y fluvial y, con ellos, se estudian los costos marginales sobre la red estratégica de transporte de carga de Colombia[16].

- LA INFRAESTRUCTURA DEL TRANSPORTE VIAL Y LA MOVILIZACIÓN DE CARGA EN COLOMBIA

Como se ha demostrado en varios estudios, la infraestructura de transporte, y en especial las carreteras son de significativa importancia en el crecimiento y desarrollo de un país. El presente documento quiere llamar la atención sobre la infraestructura vial y su importancia en la movilización de carga en Colombia toda vez que el 80% de la carga del país se moviliza por carretera. Los resultados muestran una red vial limitada y de poca capacidad, aún si se compara con otros países latinoamericanos en vía de desarrollo. En cuanto a la movilización de carga, la antigüedad de los vehículos y su poca capacidad de carga hace que los costos de transporte se mantengan altos, afectando la competitividad de los bienes transportados[17].

---

[16] MARQUEZ Díaz, Luis Gabriel, CANTILLO Maza, Víctor Manuel, Evaluación de los parámetros de las funciones de costo en la red estratégica de transporte de carga para Colombia. Ingeniería y Desarrollo [en linea] 2011, 29 (Julio-Diciembre) : [Fecha de consulta: 10 de agosto de 2018] Disponible en:<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=85220757010> ISSN 0122-3461

[17] PEREZ V. Gerson Javier, "La infraestructura del transporte vial y la movilización de carga en Colombia, "Documentos De Trabajo Sobre Economía Regional Y Urbana 012679, Banco De La República - Economía Regional. Cartagena, Colombia. Octubre de 2005.

1.2 JUSTIFICACIÓN

Este trabajo de investigación se realiza con el fin de implementar un método probabilístico en el problema de transporte de carga, de modo que se genere un importante ahorro en distancia, tiempo y costos. Se propone la comparación del método Montecarlo y el método de transporte con incertidumbre de costos y demandas. Teniendo en cuenta la complejidad de los dos modelos y en búsqueda del método más eficiente para la resolución del problema.

Este problema se hace con el fin de analizar, idealizar y resolver una de las problemáticas que se enfrentan muchas de las empresas al encontrar una forma de distribuir mejor sus productos de manera óptima. En la actualidad en el Estado colombiano el mercado se rige por la ley de la oferta y demanda.

Los agentes del sector tienen varias coincidencias, por un lado, son conscientes de que hay que modernizarse, pero por otro lado creen que lo primero que debe hacerse es superar las ineficiencias que existen en la cadena.

El problema más grave para el sector son los tiempos muertos que un camionero debe asumir para recoger y llevar una carga.

Cifras del Ministerio de Transporte muestran ese desequilibrio. Mientras Buenaventura puede generar en ocho meses 8.000 viajes, atrae sólo 4.000; Barranquilla produce 11.000 y recibe 6.000, lo mismo pasa en los principales centros de carga del país.[18]

---

[18] CHAGÜENDO Domingo, Francy Elena. Los grandes problemas que moviliza el transporte de carga. En: El País Febrero, 2011. Disponible en internet: http://www.elpais.com.co/elpais/economia/noticias/grandes-problemas-moviliza-transporte-carga

1.3 OBJETIVO

1.3.1 Objetivo general

Implementar un modelo de transporte de carga considerando variables con incertidumbre.

1.3.2 Objetivos específicos

- Realizar una consulta bibliográfica para actualización en los temas de transporte de carga e incertidumbre.
- Implementar una estrategia de solución apropiada para el problema clásico (sin considerar incertidumbre).
- Implementar algunas metodologías clásicas para el análisis del problema planteado incorporando incertidumbre en los parámetros de entrada del algoritmo.
- Analizar resultados obtenidos al realizar simulaciones computacionales usando el Solver de Scilab.

1.4 DISEÑO METODOLÓGICO

Se cumplió satisfactoriamente con la etapa exploratoria en donde la aplicación de un proceso de optimización sobre el problema de transporte de carga requiere como primer paso un adecuado esquema del estado del arte. Esta etapa implica un esfuerzo, tiempo y un especial cuidado debido a que son los cimientos de los procesos subyacentes, tales como: optimización, simulación, planeamiento y operación, entre otros.

Se analizaron diferentes fuentes primarias de información, tomándolas como antecedentes para ampliar conocimientos y datos sobre modelos de programación lineal.

Las subsiguientes etapas de esta propuesta están asociadas a la optimización de una red académica de transporte de carga a partir de la definición de un modelo matemático que permita una función objetivo en términos del costo de operación, como, por ejemplo, la relación costo/beneficio, o la relación costo/eficiencia. Por lo tanto, la etapa 2 de la propuesta de investigación está dedicada a la definición del modelo matemático clásico asociado a la optimización del problema logístico de transporte de carga, considerando la existencia de información completa y estática. Durante esta etapa se debe definir e implementar de paquete computacional, tal como Scilab, para la solución del modelo determinístico (estático)

La tercera etapa del proyecto tiene por objeto la incorporación al algoritmo de solución de una estrategia para el manejo de variables con incertidumbre. Para tal objetivo se considera viable la adopción de una metodología probabilística, o una estrategia aproximada como Simulación de Monte Carlo. La etapa final del proyecto se dedica al análisis y discusión de resultados.

2 EL PROBLEMA DE TRASPORTE DENTRO DEL CONTEXTO DE LA INGENIERÍA COMERCIAL

En un mundo cada vez más globalizado y competitivo las organizaciones que buscan permanecer en el mercado enfocan sus esfuerzos en encontrar factores diferenciadores que les permitan no solo sostenerse sino además liderar con sus productos tanto a nivel nacional como internacional. Es precisamente en este contexto donde países en desarrollo como Colombia, atraviesan una serie de problemas arraigados al transporte; la logística, los altos costos de fletes, la manutención de vehículos y el mantenimiento de las mallas viales, los cuales limitan la competitividad del país y se convierten en un dolor de cabeza para pequeños y grandes empresarios a la hora de comercializar sus productos.

A nivel país haciendo referencia al modelo del diamante competitivo de Porter se puede identificar el elemento "condición de los factores" en el cual se plantea que para alcanzar altos niveles de productividad se requiere de recursos humanos, tecnológicos y de infraestructura acorde a las necesidades de cada industria[19], dado que estos factores no son heredados y deben ser desarrollados constituyen parte esencial de las ventajas (o desventajas) competitivas de un sector, las cuales a nivel empresarial no se pueden entender de manera aislada sino como parte de un todo que afecta su productividad, competitividad, rentabilidad, crecimiento y nivel de servicio.

[19] Universidad de los Andes, Facultad de administración. Observatorio de Competitividad, Centro de Estrategia y Competitividad, Condiciones. En Línea. Disponible en Internet: https://cec.uniandes.edu.co/index.php/condiciones

Figura. 1 Diamante de Porter

Fuente: Morffe Alexis. Marketing y Gerencia Estratégica. Julio 2013. En Internet como: https://sobregerenciayempresa.blogspot.com/2013/07/modelo-del-diamante-de-porter.html

La presión existente y los esfuerzos realizados por lograr eficiencia, flexibilidad y diferenciación en el mercado, son impactados directamente por la logística del transporte y la forma como se hacen llegar los bienes y servicios a los clientes; especialmente si se tiene en cuenta que la mayoría de los modelos de gestión actuales están enfocados a la creación de flujo para poder entregar el máximo valor a los consumidores, utilizando los mínimos recursos necesarios, lo cual incluye tener bajos niveles de inventarios tanto de materias primas como de productos terminados en contraste con las tendencias de consumo, que exigen calidad, variedad y disponibilidad inmediata.

De allí que la logística de transporte se haya ido convirtiendo en una herramienta fundamental para la evolución de los mercados generando un evidente progreso en la forma en la que tiempos atrás se venían realizando las cosas. Algunos de estos cambios se ven materializados en la forma como se administran los servicios de transporte, la distribución e incluso la administración de inventarios[20], y dado que la competitividad nacional también puede ser definida por la dinámica del comercio, no solo vista como el flujo de personas, información y mercancías, sino por la integridad y generación de valor agregado, el transporte y la logística se convierten en factores determinantes en el desarrollo del país ante lo cual se debe tener en cuenta la serie de dificultades que se tienen en cuanto a infraestructura de las mallas viales y transporte.

Considerar el desarrollo de la infraestructura vial y la logística de transporte como locomotora del desarrollo para generar competitividad, crecimiento y generación de empleo suena cuanto menos coherente con lo antes explicado y se justifica con las inconsistencias en la logística de transporte que generan sobrecostos tanto en producción como en comercialización de mercancías, pues la ineficiencia en los desplazamientos de vehículos de carga es alarmante, si se considera que el 80% de la carga que se mueve en el país circula por carreteras y el hecho de no contar con unas vías de altas especificaciones genera costos logísticos de hasta del 18% de las ventas de las empresas nacionales, comparado con el 14 por ciento en la Comunidad Andina y del 8 por ciento en Estados Unidos de América[21].

En 2016, el último Reporte Global de Competitividad del Foro Económico Mundial expuso nuevamente las falencias de la infraestructura de Colombia. Sobre esto, lo más preocupante fue el desempeño comparado al reporte del 2007: en ese primero, el ranking de calidad de vías nos posicionó en el puesto 86, hoy en el 126; y en infraestructura de transporte la caída fue del puesto 82 al 110.

---

[20] VARGAS Daniel, Manager Advisory Services Ernst & Young Colombia, Tendencias y retos en logística. Revista de logística. En línea. 9 de febrero de 2016. Disponible en internet: https://revistadelogistica.com/actualidad/tendencias-y-retos-en-logistica/.

[21] ZAMBRANO Ana María. La Infraestructura es la Clave. El Colombiano. En Línea. 28 de junio de 2011. Disponible en internet: http://www.elcolombiano.com/historico/la_infraestructura_es_la_clave-PFEC_139240

El Departamento Nacional de Planeación expuso esta misma problemática y algunas de sus repercusiones en el Plan Nacional de Desarrollo (2014-2018): “El atraso en la provisión de infraestructura logística y de transporte ha sido señalado en repetidas ocasiones como uno de los principales obstáculos para el desarrollo económico y la consolidación de la paz en Colombia”. A raíz de una evidente falta de inversión en este tema, los últimos dos gobiernos nacionales han dedicado parte de sus esfuerzos a mejorar la infraestructura vial del país en proyectos como la Ruta del Sol y las vías 4G (oficialmente, Cuarta Generación de Concesiones).

A pesar de las mejorías recientes con los proyectos mencionados, para el país es de suma importancia mejorar la calidad de su infraestructura vial si espera mejorar su competitividad. Un efecto del atraso de esta parte de la infraestructura es que hace que los costos del transporte sean persistentemente altos y, por lo tanto, hace que los bienes de consumo sean más costosos de lo que podrían ser[22].

La ingeniería comercial desde el área de la logística busca diseñar estrategias eficaces y que se puedan llevar a cabo con los recursos existentes, ampliando las metas e incrementando la productividad del mercado, simplificando los procesos y logrando maximizar el alcance de estos.

En conclusión, a un país como Colombia, que intenta introducir diferentes mercados no solo de manera nacional, sino también internacional y por medio de microempresarios, le es de vital importancia, invertir en una movilidad cada vez más eficiente para sus diferentes mercancías, que les garantice la disminución de costos y la optimizaron de sus ganancias en pro de la competitividad de sus sectores productivos y el equilibrio de la balanza comercial, lo cual si bien, todavía

[22] URDANETA Nicolas, La infraestructura vial de Colombia: un reporte de la Cuarta Generación de Concesiones y la Ruta del Sol. Supuestos, Revista Económica. En Línea. 2 de junio de 2017. Disponible en Internet: http://revistasupuestos.com/transporte/2017/6/2/la-infraestructura-vial-de-colombia-un-reporte-de-la-cuarta-generacin-de-concesiones-y-la-ruta-del-sol

parece distante evidencia un futuro un poco más prometedor ante el vuelco de los intereses gubernamentales en el desarrollo de las obras de infraestructura a través de las concesiones viales de cuarta generación.

3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En general, el diseño de rutas óptimas para el desplazamiento de mercancías se ha tornado en labores cada vez más difíciles de estructurar, debido a diversos factores como, por ejemplo, las actuales tendencias de crecimiento de la demanda, tanto en volumen, como en exigencia de tiempo, y, adicionalmente, por la acción de un mercado cada vez más competitivo. Lo anterior, conduce a una necesidad imprescindible por mejorar el servicio a través de políticas que conduzcan a un despacho logístico que optimice los recursos disponibles para atender la demanda. En estas condiciones, se requieren esfuerzos innovadores que superen y complementen medidas tradicionales como aquellas enfocadas a ampliar la infraestructura física para almacenamiento de mercancías, adquirir vehículos de mayor envergadura, subcontratar servicios, entre otras.

El transporte tradicional de carga contempla el despacho de vehículos desde centros de depósito hasta los puntos definidos por su clientela. Estos vehículos, en el proceso de distribución de mercancías deben cumplir con un recorrido apropiado con el fin de garantizar el trayecto más corto posible que minimice los costos de combustible, y, adicionalmente, ofrezca a los usuarios menores tiempos de entrega.

El diseño de estrategias para el sector transporte requiere de la implementación de herramientas que permitan la simulación de los sistemas físicos en ambientes controlados y genere soluciones que soporten la toma de decisiones. Dichas herramientas se fundamentan en el uso de modelos matemáticos para representar los sistemas de la vida real, lo cual permite la implementación de técnicas matemáticas analíticas para encontrar soluciones viables del sistema real. El éxito de la implementación depende de la fidelidad del modelo para representar el sistema real. Actualmente, los modelos matemáticos descritos en la literatura para el problema de transporte tienen una naturaleza estática, es decir, se fundamentan en el conocimiento a priori de los parámetros del sistema, los cuales se conservan invariantes durante la ejecución del proceso de solución. Sin embargo, los problemas de la vida real no conservan dicha naturaleza, y datos que se asumen como constantes pueden sufrir alteraciones en el tiempo que afectan la solución global del problema.

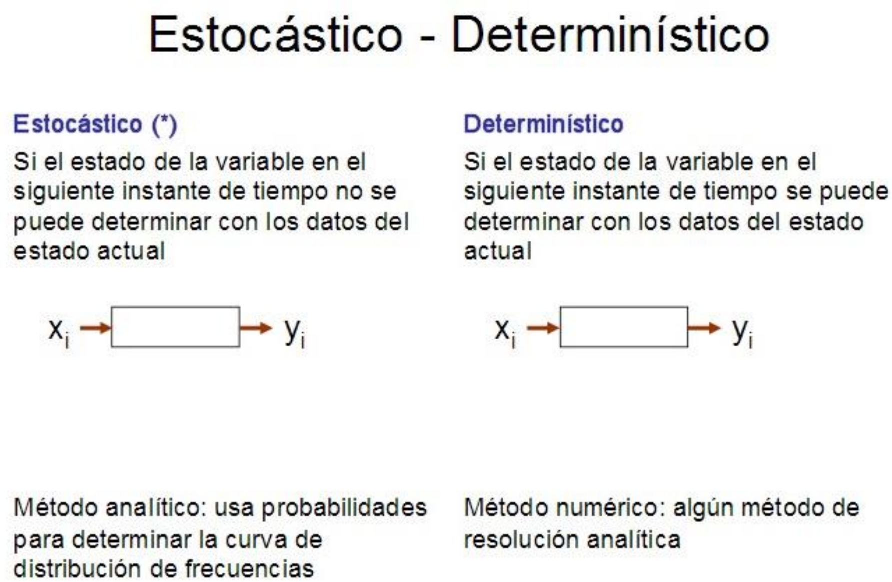
Por tal motivo, en este proyecto de investigación se propone el estudio de variables dinámicas en el problema de transporte de carga por medio de un algoritmo de optimización con capacidad de analizar dichas variables a través de un tratamiento probabilístico, es decir, que cada variable se define a través de un valor medio y una probabilidad dada de ocurrencia.

3.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

La programación estocástica trata problemas de programación matemática en cuya formulación aparecen variables aleatorias. En un problema determinístico de programación matemática, ya sea de programación lineal, programación no lineal, programación entera, programación mixta, o programación mixta no lineal entera, todos los datos (coeficientes) que aparecen en su formulación son números conocidos. Por otro lado, en programación estocástica dichos datos (o al menos alguno de ellos) son desconocidos, aunque para ellos se conoce o se puede estimar distribución de probabilidad.[23]

[23] E. Cerd´aa, J. Morenob. Universidad de Valencia. 2004

Figura. 2 Paralelo Entre Un Problema Estocástico Y Uno Determinístico.



Fuente: Mg. Oporto Díaz, Samuel. Introducción al modelado de la dinámica de sistemas. Enero de 2014

.

3.2 TRANSPORTE DE CARGA Y LOGÍSTICA

Usando conceptos de optimización y estadística, se formulan y resuelven problemas de diseño, operación y control de sistemas logísticos y de transporte de carga.

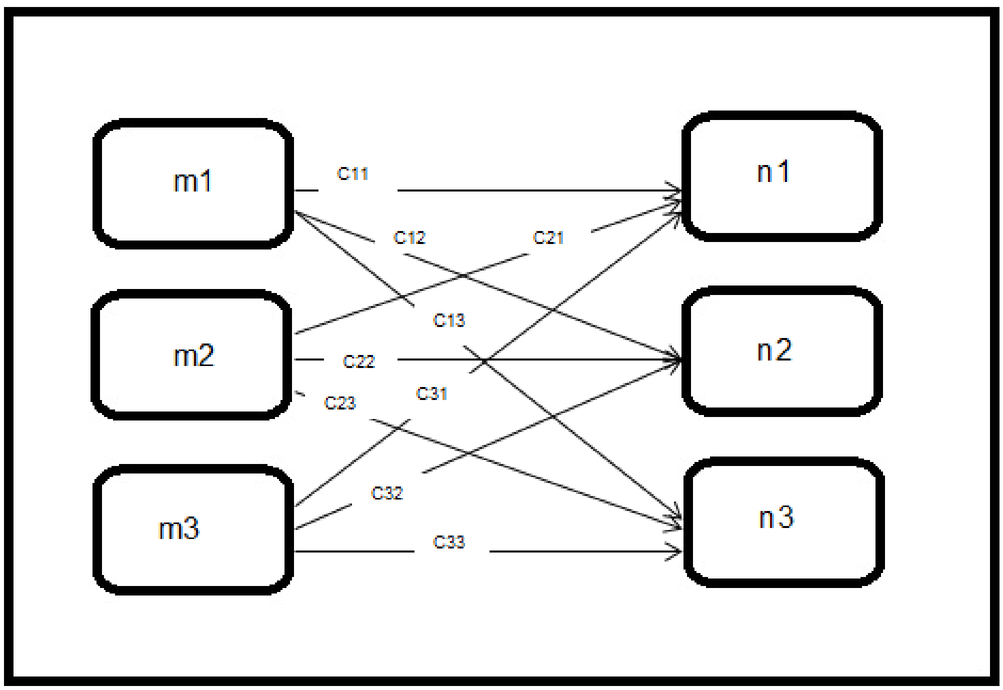
El problema general de transporte se refiere a la distribución de cualquier bien desde cualquier grupo de centros de suministro, llamados orígenes, a cualquier grupo de centros de recepción, llamados destinos, de tal manera que se minimicen los costos totales de distribución.

En general, un problema de transporte se especifica por la información siguiente:

1. Un conjunto de m puntos de suministro a partir de los cuales se envía un bien. El punto de suministro i abastece a lo sumo a s_i unidades.

2. Un conjunto de n puntos de demanda a los que se envía el bien. El punto de demanda j debe recibir por lo menos d_j unidades del bien enviado.
3. Cada unidad producida en el punto de suministro i y enviada al punto de demanda j incurre en un costo variable de c_{ij}.

Figura. 3 Diagrama Del Modelo Clásico De Transporte.



Fuente: Del propio Autor. Marzo 2018.

Matemáticamente las variables se definen como:

s_i Cantidad máxima de unidades a despechar desde cada centro i.

Mientas que los parametros que definen el problema se describen como:

C_{ij} Coste de transporte de un centro i a un centro de demanda j

dj Demanda máxima en cada centro j

n numero de fuentes desde donde se extrae materia prima

m numero de destinos o centros de consumo

De esta manera la función objetivo del problema se describe a través de la ecuación (1).

$$Min\ z = \sum x_{ij} * C_{ij} \tag{1}$$

Siendo x_{ij} lo que se despacha en el centro i hacia el centro j. las restricciones del problema se describen mediante el conjunto de ecuaciones (2) y (3).

$$\sum x_{ij} \leq s_i \qquad \forall i = 1,2, \dots n \tag{2}$$

$$\sum x_{ij} \geq d_j \qquad \forall_j = 1,2, \dots m \tag{3}$$

Las restricciones anteriores, la ecuacion **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** describe que la sumatoria de las cantidades despachadas, x_{ij}, desde el centro i, al destino j, debe ser menor o igual a la cantidad maxima disponible en el centro i (s_i). Por otro lado, la ecuacion **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** define con la sumatoria de las cantidades despachadas, x_{ij}, desde el centro i al destino j, debe ser al menos igual a la cantidad demandada en el centro de consumo j (d_j).

Adicionalmente, la ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** limita a que toda cantidad despachada desde el centro i al destino j debe ser mayor o igual a 0, para cada par (i, j) conectando los centros de consumo con los origenes de la materia prima:

$$X_{ij} \geq 0 \tag{4}$$

Donde cada modelo tiene tantas restricciones de oferta como el número de orígenes (m) que existan y tantas restricciones de demanda como el número de destinos (n) que existan. Las restricciones de oferta garantizan que no se transportará más de la cantidad disponible en los orígenes, y las restricciones de demanda garantizan que las cantidades demandas serán satisfechas.

3.3 INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

La investigación de operaciones (con frecuencia llamada ciencia de la administración) es, simplemente un enfoque científico en la toma de decisiones que busca el mejor diseño de operar un sistema, por lo general en condiciones que requieren la asignación de recursos escasos.

Por sistema, se quiere dar a entender una organización de componentes interdependientes, que trabajan juntos para lograr un objetivo del sistema.

El termino investigación de operaciones, se acuño durante la Segunda Guerra Mundial cuando los comandantes militares británicos solicitaron a los científicos e ingenieros analizar varios problemas militares, como el despliegue de los radares y el control de convoyes, bombarderos, operaciones antisubmarinas y colocación de minas.

En el enfoque científico de toma de decisiones, se requiere el uso de uno o más modelos matemáticos. Estos son representaciones matemáticas de situaciones reales que se podrían usar para tomar mejores decisiones, o bien, simplemente para entender, mejor la situación real. [24]

---

[24] WINSTON, Wayne L., Investigación de operaciones, Aplicación y algoritmos. Thomson. cuarta edición. 2006.

Específicamente para los problemas de transporte o distribución, la investigación de operaciones dispone de múltiples modelos tales como Estructura de asignación, Vogel, Esquina Noroeste, Mínimos Costos, entre otros, que buscan minimizar los costos relacionados con las rutas de transporte elegidas para la satisfacción de los requerimientos establecidos por los destinos demandantes permitiendo así la adecuada administración de los recursos.

3.4 CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE LA PROBABILIDAD

La probabilidad es una herramienta de ayuda para la toma de decisiones porque proporciona una forma de medir, expresar y analizar las incertidumbres asociadas con eventos futuros de razones entre el número de casos favorables y el número de casos posibles.

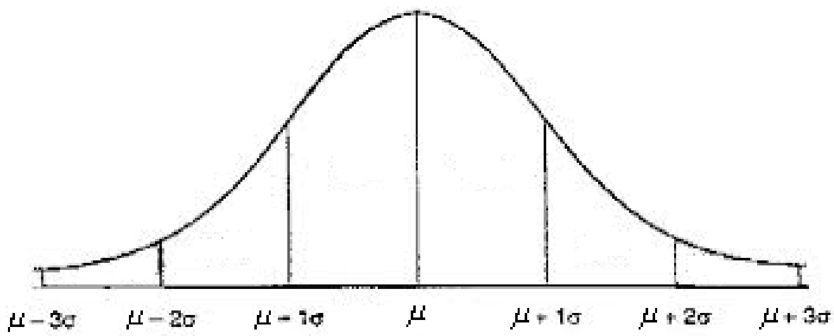
Para esto se vale de diferentes elementos tales como medidas de tendencia central, medidas de dispersión, medidas de forma y funciones de distribución de probabilidad. Algunos de los cuales se explican a continuación:

3.4.1 Distribución Normal (Mu, Sigma)

La distribución normal es, sin duda, la distribución de probabilidad más importante del Cálculo de probabilidades y de la Estadística. Fue descubierta por De Moivre (1773), como aproximación de la distribución binomial. De todas formas, la importancia de la distribución normal queda totalmente consolidada por ser la distribución límite de numerosas variables aleatorias, discretas y continuas, como se demuestra a través de los teoremas centrales del límite. Las consecuencias de estos teoremas implican la casi universal presencia de la distribución normal en todos los campos de las ciencias empíricas: biología, medicina, psicología, física, economía, etc. En particular, muchas medidas de datos continuos en medicina y en biología (talla, presión arterial, etc.) se aproximan a la distribución normal.

La distribución normal queda totalmente definida mediante dos parámetros: la media (Mu) y la desviación estándar (Sigma) con un campo de variación $-\infty < x < \infty$

Figura. 4 Función De Distribución De Probabilidad Normal.



Fuente: Del Propio Autor. 2018.

3.4.2 Función de Distribución Acumulada.

FDA: $F_x(x)$ es la probabilidad del suceso de que la variable aleatoria tome valores menores o iguales a x

$$F_x(x) = P[X \leq x] = \sum_{\forall x_i} p_x(x) \quad (5)$$

en el caso discreto. La FDA es una función monótona creciente.

Propiedades:

- $0 \leq F_x(x) \leq 1$
- $F_x(-\infty) = 0 \quad y \quad F_x(\infty) = 1$
- $F_x(x+\varepsilon) \geq F_x(x)$ para cualquier $\varepsilon > 0$

3.4.3 Desviación Estándar

Es una medida de dispersión, que indica cuánto pueden alejarse los valores respecto al promedio (media), por lo tanto, es útil para buscar probabilidades de que un evento ocurra.

La desviación estándar se pude tomar sobre un determinado conjunto de datos que se ajusten a nuestros requerimientos, mediante la siguiente fórmula:

$$\sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{6}$$

donde:

x_i= dato i que esta entre (o, n)

x= promedio de los datos

n= número datos[25]

3.4.4 La varianza muestral

Se puede definir como el "casi promedio" de los cuadrados de las desviaciones de los datos con respecto a la media muestral. Su fórmula matemática para el caso de datos referentes a una muestra es:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i-1}^{n}(x_1 - \bar{x})^2}{n-1} \tag{7}$$

Y para el caso de datos de una población es dada por

[25] Mora, Lilian A. Trandin Center, Formación & información para el inventor, noviembre de 2009.

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i-1}^{n}(x_1 - \mu_x)^2}{N} \tag{8}$$

Dos propiedades importantes de la varianza son:

- La varianza de una constante es cero
- Si se tiene la varianza σ^2 de un conjunto de datos y a cada observación se multiplica por una constante b, entonces la nueva varianza de los datos se obtiene multiplicando a la varianza de los datos por b^2.

3.4.5 Mediana de las desviaciones absolutas (la media)

Cuando la mediana es la medida de tendencia que mejor representa los datos, la Meda es la medida más apropiada. Se calcula mediante:

$$Meda = Mediana|X_i - mediana|$$

Es decir, contiene la mediana de las diferencias, en valor absoluto, respecto a la mediana. El proceso de cálculo supone que se debe obtener, en primer lugar, el valor de la mediana de la muestra y, a continuación, obtener las diferencias en valor absoluto de cada uno de los valores con la mediana. Luego se ordenan estas diferencias y se determina la mediana.[26]

3.4.6 Intervalo de confianza

Es un rango de valores (calculado en una muestra) en el cual se encuentra el verdadero valor del parámetro, con una probabilidad determinada. La probabilidad de que el verdadero valor del parámetro se encuentre en el intervalo construido se denomina nivel de confianza, y se denota $1 - \alpha$. La probabilidad de equivocarnos

[26] Universidad Nacional de Colombia, Dirección nacional de innovación académica. 2001.

se llama nivel de significancia y se simboliza α Generalmente se construyen intervalos con confianza $1-\alpha\ = 95\%$ (o significancia $\alpha = 5\%$). Menos frecuentes son los intervalos con $\alpha = 10\%$ o $\alpha = 1\%$.

Para la construcción de un determinado intervalo de confianza es necesario conocer la distribución teórica que sigue el parámetro a estimar, θ Es habitual que el parámetro presente una distribución normal.

Para una distribución normal estándar, por ejemplo, es posible hallar valores –z y z independientes de “U” entre los cuales podemos encontrar a z con probabilidad 1- ALFA, denotando el nivel de confianza.

Siendo $1-\alpha =\ 0.95$ el caso más frecuente se tiene

$$P(-z \leq Z \leq z) = 1-\alpha = 0.95 \tag{9}$$

El numero z sigue desde la funcion de distribucion acumulada, en este caso la funcion de distribucion normal acumulativa:

$$\phi(z) = P(Z \leq z) = 1-\frac{\alpha}{2} = 0.975 \tag{10}$$

$$z = \phi^{-1}\big(\phi(z)\big) = \phi^{-1}(0.975) = 1.96 \tag{11}$$

Y se obtiene:

$$0.95 = 1-\alpha = P(-z \leq Z \leq z) = P\left(-1.96 \leq \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq 1.96\right) \tag{12}$$

$$= P\left(\bar{x} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \tag{13}$$

En otras palabras el limite inferior de un intervalo de confianza del 95% es:

$$= \bar{X} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{14}$$

Y el superior de tal intervalo es:

$$= \bar{X} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{15}$$

3.5 ALGORITMO DE MONTECARLO

Es un procedimiento general para obtener muestras aleatorias de cualquier tipo de variable (discreta o continua) si su función de distribución es conocida o se puede calcular.

El método de Monte Carlo es una técnica de análisis numérico que se basa en el uso de secuencias de números aleatorios para muestrear los valores de las variables de probabilidad de un problema determinado. En efecto, con mucha frecuencia el número de estados posibles del sistema es tan elevado que hace imposible calcular valores promedios sumando sobre todos los estados, por lo que se opta por tomar una muestra y estimar los valores promedio a partir de ella. Los valores muestreados se obtienen a partir de las distribuciones de probabilidad de cada variable. La soluci6n al problema planteado se estima analizando los valares de la muestra a través de métodos estadísticos.

Si bien el nombre de "Método Monte Carlo" es relativamente reciente y fue acuñado par John von Neumann y Stanislaw Ulam cuando trabajaban en el proyecto Manhatan durante la segunda guerra mundial. La idea del cálculo Monte Carlo es mucho más antigua que la aparición de los computadores y era conocido anteriormente por el nombre de "muestreo estadístico", cuando los cálculos aún se realizaban con papel y lápiz. Inicialmente Monte Carlo no fue un método para resolver problemas en física, sino para evaluar integrales que no podrían ser evaluadas de otra manera: el cálculo de integrales de funciones pobremente comportadas y las integrales en espacios multidimensionales fueron dos áreas en las que el método Monte Carlo probó ser muy provechoso.

Posteriormente, con el advenimiento de las maquinas mecánicas para realizar cálculos a finales del siglo diecinueve, la posibilidad de realizar un enorme número de operaciones aritméticas permitió aplicar la técnica de muestreo estadístico a problemas físicos. El primer ejemplo de un cálculo Monte Carlo del movimiento y colisión de moléculas en un gas fue descrito por William Thomson en 1901. La primera aplicación real del método de muestreo estadístico a un problema físico parece haber sido hecha por Enrico Fermi en sus trabajos de difusión de neutrones, a principios de 1930. Fermi nunca publico sus trabajos, pero (de acuerdo con su estudiante y colaborador Emilio Segre) sus métodos fueron precisamente los métodos Monte Carlo usados posteriormente por Stanislaw Ulam, John von Neumann y Nick Metropolis para la construcción de la bomba de hidrógeno en el computador electrónico ENIAC.

El primer componente de un cálculo Monte Carlo es el muestreo numérico de variables aleatorias con funciones densidad de probabilidad específicas. En esta sección se describen las diferentes técnicas para generar valores aleatorios de una variable distribuida en el intervalo $X_{min} \leq X \leq X_{max}$ de acuerdo con la función densidad de probabilidad (FDP), $p(\mathrm{X})$.[27]

---

[27] NIÑO Alfonso, NELCY Yazmín. Generación de espectros de rayos x de baja energía por simulación Monte Carlo. Universidad Nacional de Colombia. Parte 2. 2011 en Internet como: http://www.bdigital.unal.edu.co/4748/2/nelcyyazminninoalfonso.2011.parte2.pdf

La importancia actual del método Montecarlo se basa en la existencia de problemas que tienen difícil solución por métodos exclusivamente analíticos o numéricos, pero que dependen de factores aleatorios o se pueden asociar a un modelo probabilístico artificial (resolución de integrales de muchas variables, minimización de funciones, etc.).

El procedimiento de Montecarlo tiene N puntos aleatorios de los que N' resultan corresponder al área que se desea calcular

$$S = A \cdot \frac{N'}{N} \qquad \textbf{(16)}$$

Luego, S es proporcional a la probabilidad de que un punto aleatorio caiga en la superficie. Se estimará esa probabilidad como:

$$\hat{P} = \frac{N'}{N} \qquad \textbf{(17)}$$

que sería la probabilidad de N' éxitos en N intentos y que viene dada por la distribución binomial:

$$P(N' aciertos\ en\ N) = \binom{N}{N'} \cdot p^{N'} \cdot q^{N-N'} \qquad \textbf{(18)}$$

La distribución binomial se puede aproximar mediante una normal cuando:

$$N \cdot p > 5\ y\ N \cdot q > 5.$$

La distribución normal por la que se aproxima tendrá media $\mu = N \cdot p$ y varianza

$$\sigma^2 = N \cdot p \cdot q \qquad \textbf{(19)}$$

Además, para una distribución normal N (μ, σ^2) y según sus propiedades, se sabe que el área bajo la curva comprendido entre los valores situados aproximadamente a dos desviaciones estándar de la media es igual a 0.95. por lo tanto, existe un 95% de posibilidades de observar un valor comprendido en el intervalo :

$$(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma) \tag{20}$$

Con lo que suponiendo $Np > 5$ y $Nq > 5$ se tendrá que el intervalo de confianza al 95% del número de aciertos N′ en S[28] estará en:

$$\left(N \cdot p - 2\sqrt{N \cdot p \cdot q}, N \cdot p + 2\sqrt{N \cdot p \cdot q}\right) \tag{21}$$

3.6 SCILAB

SCILAB es un entorno de cálculo técnico de altas prestaciones para cálculo numérico y visualización. Integra:

- Análisis numérico
- Cálculo matricial
- Procesamiento de señales
- Gráficos

En un entorno fácil de usar, donde los problemas y las soluciones son expresados como se escriben matemáticamente, sin la programación tradicional. *SCILAB* fue escrito originalmente para proporcionar un acceso sencillo y de libre acceso. *SCILAB* es un sistema interactivo cuyo elemento básico de datos es una matriz que no requiere dimensionamiento. Esto permite resolver muchos

[28] Rodriguez Aragon, Licesio J. Universidad de Castillo-La mancha. 2011

problemas numéricos en una fracción del tiempo que llevaría hacerlo en lenguajes como *C*, *BASIC* o *FORTRAN*. *SCILAB* ha evolucionado en los últimos años a partir de la colaboración de muchos usuarios. En entornos universitarios se ha convertido en la herramienta de enseñanza estándar para cursos de introducción en álgebra lineal aplicada, así como cursos avanzados en otras áreas. En la industria, *SCILAB* se utiliza para investigación y para resolver problemas prácticos de ingeniería y matemáticas, con un gran énfasis en aplicaciones de control y procesamiento de señales. *SCILAB* también proporciona una serie de soluciones específicas denominadas *TOOLBOXS*. Estas son muy importantes para la mayoría de los usuarios de *SCILAB* y son conjuntos de funciones *SCILAB* que extienden el entorno *SCILAB* para resolver clases particulares de problemas como:

- Procesamiento de señales
- Diseño de sistemas de control
- Simulación de sistemas dinámicos
- Identificación de sistemas
- Redes neuronales y otros.

Probablemente la característica más importante de *SCILAB* es su capacidad de crecimiento. Esto permite convertir al usuario en un autor contribuyente, creando sus propias aplicaciones. En resumen, las prestaciones más importantes de *SCILAB* son:

- Escritura del programa en lenguaje matemático.
- Implementación de las matrices como elemento básico del lenguaje, lo que permite una gran reducción del código, al no necesitar implementar el cálculo matricial.
- Implementación de aritmética compleja.
- Un gran contenido de órdenes específicas, agrupadas en *TOOLBOXs*.

- Posibilidad de ampliar y adaptar el lenguaje, mediante ficheros de script y funciones [29]

- **Vectores en Scilab**

El programa presenta la siguiente configuración para el ingreso de los mismos:

- u = [2 4 5] representa un vector de una fila con tres elementos (matriz de 1 x 3).
- v = [2; 4; 5] (números separados por punto y coma) representa un vector de tres filas y una sola columna (matriz de 3 x 1).
- v = [2 4 5]' representa la matriz transpuesta del vector v
- w = 2:5 define el vector de filas w = [2 3 4 5] mediante valores que aumentan sucesivamente en una unidad.
- u = 1:2:7 asigna valores que aumentan en dos unidades para obtener u = [1 3 5 7]

- **Matrices en Scilab**

La dentición de una matriz es análoga a la definición de un vector. Se puede considerar como una columna de vectores fila (los espacios son necesarios):

A = [1 2 3; 3 4 5; 6 7 8]

```
A =
3   1   2
3   4   5
6   7   8
```

O como una fila de vectores columna:

```
>> B = [ [1 2 3]’ [2 4 7]’ [3 5 8]’]
B =
```

[29] Software Scilab 2009

1 2 3

2 4 5

3 7 8

(De nuevo, es importante incluir los espacios.)

- **Random**

El programa de SCILAB básico tiene una función rand para la generación de variables aleatorias uniformes.

La función rand sin argumentos devuelve una única instancia de la variable aleatoria U. Para obtener un arreglo de variables aleatorias uniforme m × n, puede usar la sintaxis rand (m, n). si se utiliza rand (n), entonces se obtiene una matriz n × n.

La secuencia de números aleatorios que se genera en SCILAB depende de la semilla o el estado del generador. El estado se restablece al valor predeterminado cuando se inicia, por lo que las mismas secuencias de variables aleatorias se generan cada vez que se inicia SCILAB.

Esto a veces puede ser una ventaja en situaciones donde se quiere obtener una muestra aleatoria específica.[30]

- **Solver**

Solver es una herramienta de análisis que utiliza el algoritmo simplex para calcular problemas de programación lineal, en donde a partir de una función objetivo y variables sujetas a unas restricciones expresadas como inecuaciones lineales, se busca obtener valores óptimos bien sean máximos o mínimos.

---

[30] GENTLE, James E. Random Number Generation and Monte Carlo Methods, Statistics and Computing. Springer-Verlag New York. Segunda edición. 2003.

En Scilab, los problemas de programación lineal, programación lineal de enteros mixtos o problemas cuadráticos con restricciones lineales, pueden ser resueltos con un enfoque basado en *Solver*.

Para la solución del problema de optimización con un enfoque basado en *Solver*, generalmente se siguen los siguientes pasos:

- Se elige un *Solver* de optimización.

Se elige el *Solver* y el algoritmo más apropiado.

- Se crea una función objetivo.

Se elige la función a minimizar o maximizar que represente el problema objetivo.

- Se crean restricciones, si hay alguna.

Se proporcionan límites, restricciones lineales y restricciones no lineales.

- Se eligen las opciones de optimización.

Se crean, seleccionan, o editan las opciones de optimización.

- Se "llama" el *Solver* y se corre el problema.[31]

[31] Scilab Home. En Internet: https://www.scilab.org/.

4 METODO DE SOLUCIÓN

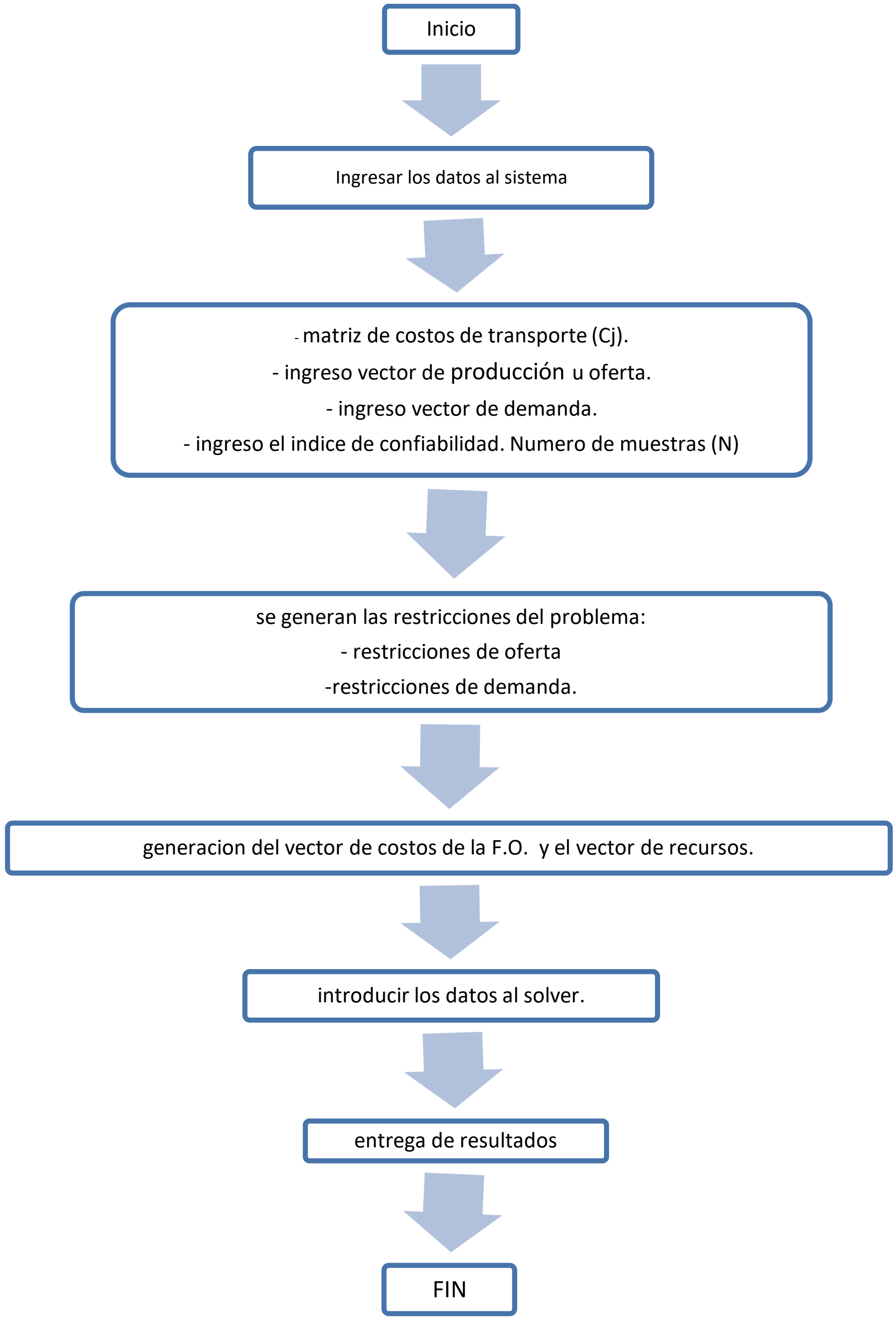
A continuación, se describen las estrategias de solución que se adoptaron para la solución del problema de transporte clásico, y considerando incertidumbre. Inicialmente se describe la rutina de Scilab que se utilizó para la solución del problema de transporte determinístico, el cual es utilizado como una subrutina para los modelos estocásticos. Para los modelos con incertidumbre se escribieron dos códigos aplicando dos estrategias de solución diferentes con el fin de comparar sus resultados y determinar las bondades o los aspectos negativos de cada uno.

4.1 ALGORITMO DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA CLÁSICO DE TRANSPORTE.

El problema clásico de transporte consiste en minimizar los costos o distancias, o maximizar los ingresos, supliendo la demanda de los destinos desde los orígenes existentes. Este puede ser resuelto aplicando programación lineal. Para la solución del problema clásico de transporte, es indispensable reunir la información necesaria y determinar los parámetros que serán tenidos en cuenta. Inicialmente se deben introducir la matriz de costos de transporte, los vectores de producción u oferta, el vector de demanda, el índice de confiabilidad y el número de muestras. Es importante recalcar que la información del modelo, anteriormente descrita, debe ser ingresada en forma de vectores a Scilab teniendo en cuenta que el programa presente la configuración adecuada para el ingreso de estos; luego, usando la función de minimización que el mismo software ofrece**,** sujeto a las restricciones de oferta y demanda y generando el vector de costos de la función objetivo, al igual que el vector de recursos, se resuelve el modelo lineal sin variables aleatorias, dando como resultado la ruta óptima para el problema. En

Ilustración 1 se esquematiza en detalle el procedimiento de ejecución paso a paso para la rutina desarrollada en Scilab para la solución del modelo matemático.

Ilustración 1 Diagrama De Flujo Modelo Clásico De Transporte.



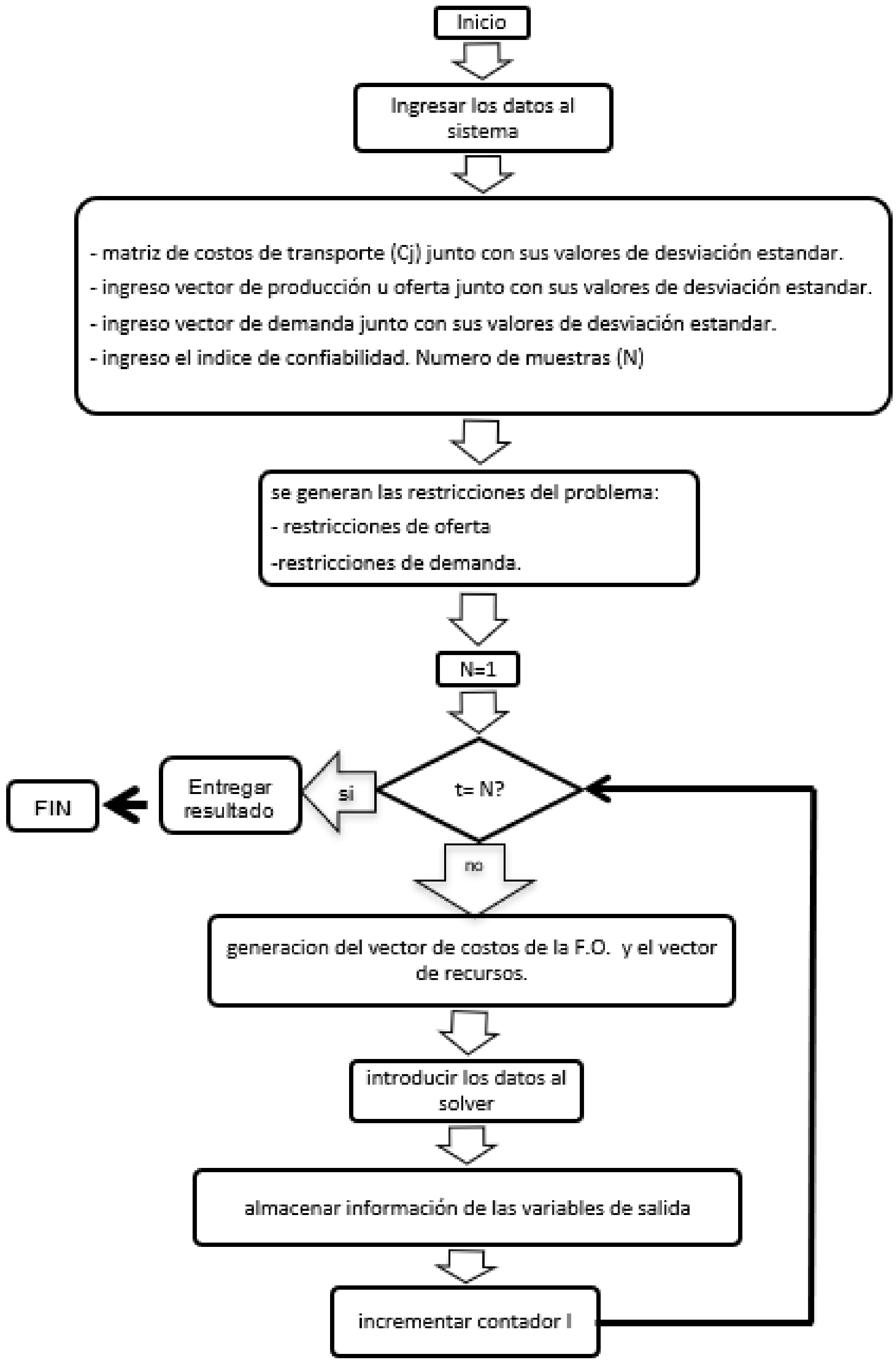
Fuente: Del Propio Autor. 2018.

4.2 DIAGRAMA DE FLUJO PARA ALGORITMO DE MONTECARLO

Teniendo en cuenta el modelo de Monte Carlo, se genera un algoritmo siguiendo algunos pasos fundamentales para garantizar el éxito del mismo. Es importante empezar por diseñar el modelo lógico de decisión, una vez se obtenga el modelo, las distribuciones de probabilidad para las variables aleatorias relevantes deben ser especificadas, posteriormente, se deben incluir posibles dependencias entre las variables y muestrear valores de las variables aleatorias, finalmente, se debe calcular el resultado del modelo según los valores del muestreo (iteración) y registrar el resultado, si es necesario, se debe repetir el proceso hasta tener una muestra estadísticamente representativa y así obtener la distribución de frecuencias del resultado de las iteraciones, la media y desvío.

Se introducen las variables aleatorias al modelo matemático por medio de la función de Scilab *Random*, la cual tiene una sintaxis Y = random (name,A,B), devuelve números aleatorios Y de acuerdo a los parámetros A.B, para el caso de este proyecto se usó una distribución normal (A= μ y B= σ) teniendo en cuenta que la mayor parte de las variables aleatorias se pueden representar adecuadamente por medio de una distribución normal de probabilidad. Este genera un posible escenario de trasporte ligado a los parámetros de las variables aleatorias. Para obtener el escenario que se puede presentar con mayor grado de probabilidad se debe generar un número mayor de escenarios. En la Ilustración 2 se presenta en detalle el procedimiento de ejecución paso a paso para la rutina desarrollada en Scilab para la solución del modelo matemático.

Ilustración 2 Diagrama De Flujo Modelo De Transporte Método Montecarlo.



Fuente: Del Propio Autor. 2018.

4.3 DIAGRAMA DE FLUJO PARA MODELO DE TRANSPORTE CON INCERTIDUMBRE

Basados en el modelo propuesto por Yuhong Sheng y Kai Yao en su artículo "A Transportation Model with Uncertain Costs and Demands" o en español, "Un Modelo de transporte con costos y demandas inciertas" en donde se toma el modelo tradicional de transporte y se le agregan datos variables o probabilísticos[32], y en donde se planea transportar carbón desde 4 minas a 6 ciudades diferentes, siendo que x_{ij} representa la cantidad de recursos transportada desde una fuente i a un destino j, mientras los costos c_{ij} para el transporte de una unidad del recurso i al destino j siguen una distribución normal de incertidumbre N (e_{ij}, σ_{ij}), para i = 1,2,3,4, y j = 1,2,3,4,5,6, respectivamente. La oferta s_i del origen i la demanda d_j del destino j siguen una distribución de incertidumbre normal N (e_i, σ_i) y N ($e'j$, $\sigma'j$), i =1,2,3,4, j=1,2,3,4,5,6, respectivamente.

Tabla. 1 Parámetros de distribución normal de costos

$(\boldsymbol{e_{ij}}, \boldsymbol{\sigma_{ij}})$	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	(18,2)	(18,2)	(18,2)	(17,1.5)	(18,2)	(8,1.5)
2	(8,1)	(9,1.5)	(5,1.5)	(18,2)	(18,1.5)	(18,1.5)
3	(8,1.5)	(16,1.5)	(6,1.5)	(10,1.5)	(18,1.5)	(20,1.5)
4	(19,1.5)	(12,1.5)	(16,1.5)	(10,1.5)	(11,1.5)	(20,2)

Fuente: Sheng, Yuhong, Yao, Kai. Agosto 2012

Parámetros de distribución normal N (e_{ij}, σ_{ij}) de oferta

[32] SHENG, Yuhong, YAO, Kai. Modelo de Transporte con Incertidumbre de Costos y Demandas. Facultad de Matemática y Ciencias de Sistemas de la Universidad de Xinjiang, Urumqi 830046, China, Departamento de Ciencias Matemáticas de la Universidad de Tsinghua, Beijing 100084, China.

Tabla. 2 Parámetros de distribución normal de oferta

	1	**2**	**3**	**4**
$(\boldsymbol{e_{ij}}, \boldsymbol{\sigma_{ij}})$	(23,1.5)	(28,1.5)	(30,2)	(26,2)

Fuente: Sheng, Yuhong, Yao, Kai. Agosto 2012

Parámetros de distribución normal $N\ (e'_j, \sigma'_j)$ de demandas

Tabla. 3 Parámetros de distribución normal de demandas

	1	2	3	4	5	6
$N\ (e'_j, \sigma'_j)$	(10,1.5)	(12,1)	(20,1)	(16,1)	(14,1)	(10,1)

Fuente: Sheng, Yuhong, Yao, Kai. Agosto 2012

Dando como resultado el siguiente modelo:

$$\min \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{6} E\left[c_{ij} x_{ij}\right] \tag{22}$$

Sujeto a:

$$\{\textstyle\sum_{j=1}^{6} x_{ij} \leq a_i\} \geq \beta_i,\ i = 1,2,3,4, \tag{23}$$

$$\{\textstyle\sum_{i=1}^{4} x_{ij} \geq b_j\} \geq \gamma_j,\ j = 1,2,3,4,5,6, \tag{24}$$

$$x_{ij} \geq 0,\ i = 1,2,3,4,\ j = 1,2,3,4,5,6. \tag{25}$$

Cabe anotar que la variable normal incierta $N(e, \sigma)$ tiene un valor esperado e, y una distribución inversa incierta:

$$\phi^{-1}(x) = e + \frac{\sqrt{3}\sigma}{\pi} ln \frac{1-x}{x} \tag{26}$$

En donde x representa cualquier número real.

Para lo anterior cabe introducir algunas definiciones y propiedades de la distribución inversa incierta:

- Definicion 1:

Suponiendo que ξ sea una variable incierta, entonces, la distribucion de incertidumbre ϕ de ξ esta definida por:

$$\phi(x) = \{\xi \leq x\} \tag{27}$$

para cualquier numero real x .

Para calcular la medida incierta de una distribución de incertidumbre, se presentó el teorema de inversión de medida, que es:

$$\{\xi \leq x\} = \phi(x)\ , \quad \{\xi \geq x\} = 1 - \phi(x). \tag{28}$$

- Definicion 2:

Suponiendo que ξ sea una variable incierta, entonces el valor esperado de ξ es definido por:

$$E[\xi] = \int_{0}^{+\infty} \{\xi \geq r\} dr - \int_{-\infty}^{0} \{\xi \leq r\} dr \tag{29}$$

Siendo que al menos una de las dos integrales sea finita.

Para calcular el valor esperado a través de la distribución de incertidumbre inversa, se probó que:

$$E[\xi] = \int_0^1 \Phi^{-1}(\alpha)d\alpha \tag{30}$$

Asi mismo, se demostró la linealidad del operador de valor esperado, que es:

$$E[a\xi + b\eta] = aE[\xi] + bE[\eta] \tag{31}$$

Para dos variables inciertas independientes ξ, η y dos numeros nitidos a, b[33].

Por lo tanto, teniendo en cuenta la ecuación 26, el modelo anterior se convierte en:

$$Min \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6} x_{ij}e_{ij} \tag{32}$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\sum_{j=1}^{6} x_{ij} \leq e_i + \frac{\sigma_i\sqrt{3}}{\pi} ln\frac{1-\beta_i}{\beta_i}, i = 1,2,3,4, \tag{33}$$

$$\sum_{j=1}^{4} x_{ij} \geq e'_j + \frac{\sigma'_j\sqrt{3}}{\pi} ln\frac{\gamma_j}{1-\gamma_j}, \;\; j = 1,2,3,4,5,6, \tag{34}$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1,2,3,4, j = 1,2,3,4,5,6. \tag{35}$$

[33] LIU B., Uncertainty Theory, Segunda Edición., Springer-Verlag, Berlin, 2007

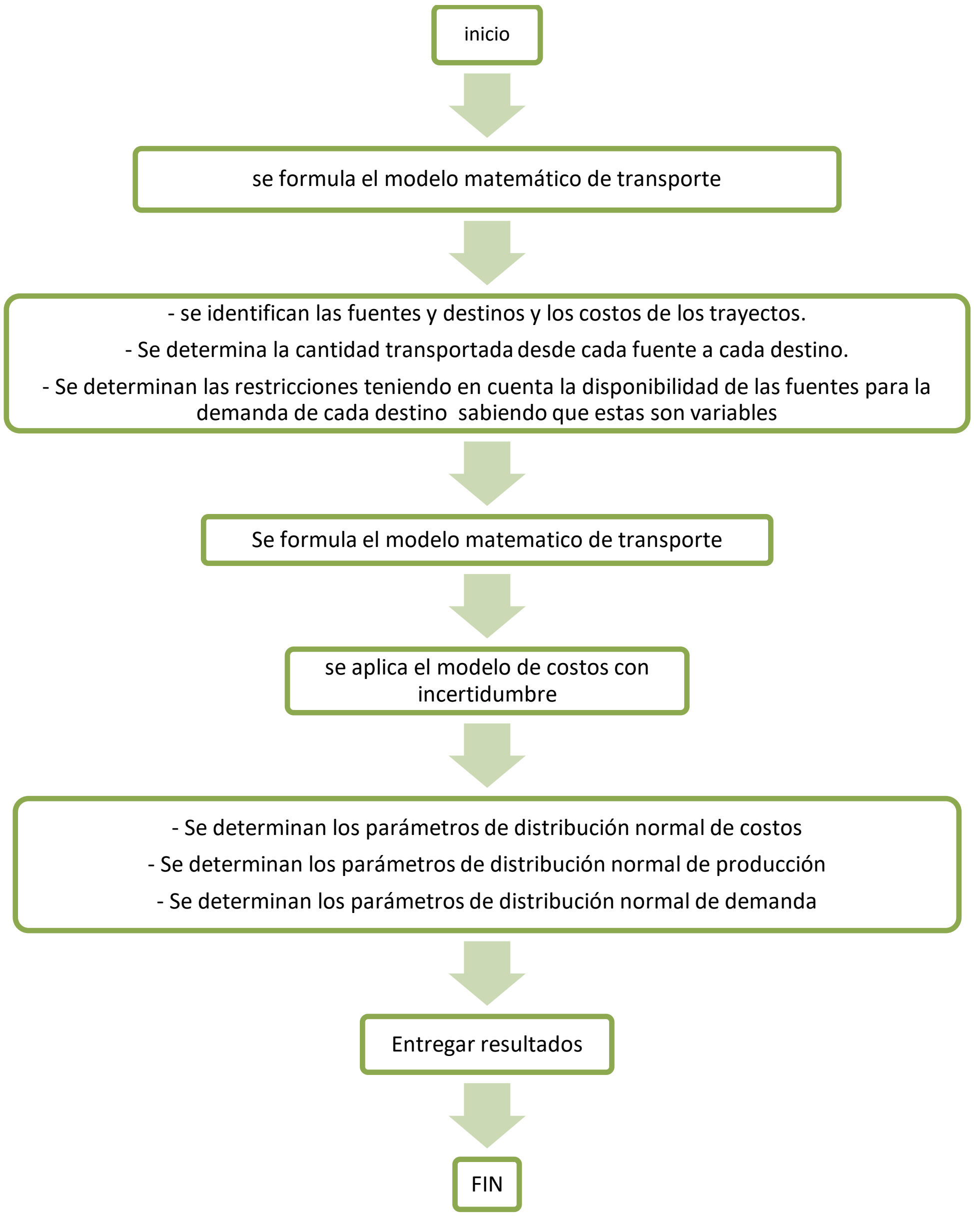
En las ecuaciones (33) y (34) se asume que los niveles de confianza son: $\beta_i = 0.9$, $\gamma_j = 0.9$, $i = 1,2,3,4$, $j = 1,2,3,4,5,6$. El nivel de confianza es la probabilidad de que el parámetro a estimar se encuentre en el intervalo de confianza.

El nivel de confianza (β) se designa mediante $1 - \alpha\ (0.90, 0.95, 0.99)$, y se suele tomar en porcentaje.

Los niveles de confianza más usuales son: 90%; 95% y 99%.

En la Ilustración 3 se presenta detalladamente el procedimiento de ejecución paso a paso para la rutina desarrollada en Scilab para la solución del modelo matemático.

Ilustración 3 Diagrama de flujo modelo de transporte con costos de incertidumbre.



Fuente: Del Propio Autor. 2018.

5 RESULTADOS Y DISCUSION

A continuación, se presentan los resultados de las simulaciones computacionales de los algoritmos de transporte considerando incertidumbre. En primera instancia, se presenta un modelo clásico de transporte el cual es resuelto usando el Solver de Scilab para problemas de programación lineal. Estos resultados servirán de base para la comparación con los modelos con incertidumbre en los parámetros de entrada. Posteriormente, se realizan pruebas usando los modelos bajo incertidumbre propuestos en el artículo “A Transportation Model with Uncertain Costs and Demands” por Yuhong Sheng y Kai, y aplicando el método de Montecarlo, con el fin de validar el modelo.

5.1 MODELO MATEMATICO DE PROGRAMACION LINEAL

A continuación, se desarrolla una rutina que permita la solución del problema clásico de transporte, independientemente de la instancia del problema. Es decir, la rutina se ajusta de forma dinámica para adaptarse al tamaño de los datos de entrada, es decir, al número de clientes, depósitos, y rutas factibles. Para la solución del problema de se utiliza la función ***Karmarkar*** de Scilab, la cual, a su vez invoca el método de Punto Interior para la solución del problema de programación lineal.

Ilustración 4 Rutina En Scilab Para La Solución Del Problema Clásico De Transporte.

```
clc
clear
Datos1    % BASE DE DATOS DEL PROBLEMA
%% ************************************************************
% GENERACIÓN DE LA MATRIZ A (RESTRICCIONES DEL PROBLEMA)
%----------------------------------------
% Restricciones de Producción
As=zeros(m,n);
for k=1:m
```

```
   for j=1:n
      As(k,j+n*(k-1))=1;
   end
end
%---------------------------------------
% Restricciones de Demanda
Ad=zeros(n,n);
for k=1:n
   for j=1:m
      Ad(k,k+n*(j-1))=1;
   end
end
%% ***********************************************************
% GENERACIÓN DE VECTORES DE RECURSOS Y COSTOS DE GENERACIÓN
c=[];
for k=1:m
   c=[c Cij(k,:)];
end
%% ***********************************************************
b=[S -D];
A=[ As;
  -Ad];
lim_inf=zeros(24,1);
%% ***********************************************************
% SOLUCIÓN A TRAVÉS DE SOLVER DE SCILAB
[x FO]=karmarkar(c,A,b,[],[],lim_inf,[],[],options);
%% ***********************************************************
%% MOSTRAR SOLUCION
Solucion=[]
for i=1:m
   for j=1:n
      if x(n*(i-1)+j)>0
        Solucion=[Solucion; i  j  x(n*(i-1)+j)];
      end
   end
end
FuncionObjetivo=FO
Rutas=Solucion
```

Fuente: Del Propio Autor. 2018.

Para la instancia presentada en los datos de entrada de la Ilustración 4 la rutina programada arrojó un valor de función objetivo de 686 unidades, siendo que las rutas programadas se describen en la siguiente tabla:

Tabla. 4 Solución Para Problema Clásico De Transporte.

CENTRO DE PRODUCCIÓN	CENTRO DE DEMANDA	CARGA
1	6	10
2	2	12
2	3	16
3	1	10
3	3	4
3	4	9.17
4	4	6.83
4	5	14

Fuente: Del Propio Autor.2018

5.2 SOLUCIÓN DEL PROBLEMA PROBABILÍSTICO USANDO MONTE CARLO

Se aplica el modelo de transporte con incertidumbre y se busca una solución óptima para el mismo. Se desea transportar insumos desde cuatro orígenes a seis destinos diferentes.

La rutina diseñada en la sección 5.1 sirve de base para la implementación de una herramienta probabilística que permita la solución del problema con variables aleatorias. En este caso se utiliza el método de Monte Carlo para el tratamiento de variables con incertidumbre, para lo cual se deben generar un conjunto de posibles escenarios que son resueltos a través de la rutina descrita en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**.

Para la ejecución del algoritmo se toma como punto de finalización el criterio de generación de 10 mil escenarios, lo cual, debido al pequeño tamaño de la instancia analizada, corresponde a un número suficiente para la convergencia del algoritmo, según se estima en el teorema del valor medio de la estadística.

Ilustración 5 Rutina Empleando El Método De Monte Carlo.

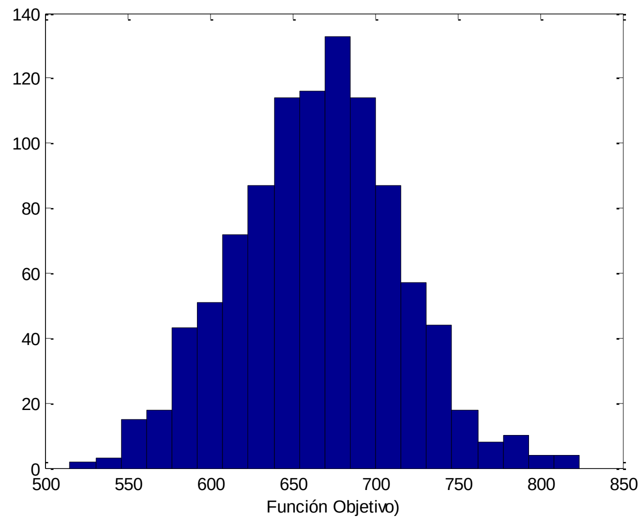
```
%IMPLEMENTACIÓN DE MONTECARLO
A=[ As;
  -Ad];
c=zeros(1,m*n);
b=zeros(1,m+n);
Muestras_X=[];
Muestras_FO=[];
for k=1:N
   %MODIFICACIÓN DEL VECTOR DE COSTOS
   for i=1:m
      for j=1:n
        c((n*(i-1)+j))=random('norm',Cij(i,j),DEij(i,j));
      end
   end
   % MODIFICACIÓN DEL VECTOR DE RECURSOS
   for i=1:m
      b(i)=random('norm',S(i),DEs(i));
   end
   for i=1:n
      b(m+i)=-random('norm',D(i),DEd(i));
   end
   lim_inf=zeros(24,1);
   % SOLUCIÓN A TRAVÉS DE SOLVER DE SCILAB
   [x FO]= =karmarkar([],[],c,[],1.d-8,[],[],[],A,b,lb,[]);
   Muestras_X=[Muestras_X;  x'];
   Muestras_FO=[Muestras_FO; FO];
end

[MEDIA DESVIACION]=valormedio(Muestras_FO)
```

Fuente: Del Propio Autor. Septiembre 2018.

A través del algoritmo implementado se obtuvo un valor medio de función objetivo de 665,11, con una desviación estándar de 49.94, es decir del 7,5% del valor medio de la función objetivo. La Figura 5 presenta el histograma formado por el valor de la función objetivo en cada uno de los escenarios que construyó el algoritmo de Monte Carlo.

Figura. 5 Histograma para el valor de la función objetivo en los escenarios simulados.



Fuente: Del Propio Autor. Octubre 2018.

La Tabla 5 muestra el valor medio de la carga que se debe enviar por cada ruta del problema, obtenidos a través de las muestras generadas por cada escenario simulado. Igualmente se presenta el valor de la desviación estándar en cada ruta. Si bien se observan valores altamente dispersos, también se pueden notar rutas que nunca serán despachadas, a pesar de las variaciones en la demanda. Igualmente existen algunas rutas que en general deben ser despachadas (como se evidencia en el bajo valor de desviación estándar), como el caso de la ruta 1-6, y la ruta 4-5.

Tabla. 5 Momentos Estadísticos De Primera Y Segunda Orden Encontrados En Cada Ruta Después de 10.000 Iteraciones.

RUTA	CENTRO PRODUCCIÓN	CENTRO DEMANDA	VALOR MEDIO	DESVIACIÓN ESTÁNDAR
1	1	1	0	0
2	1	2	0.0087	0.2112
3	1	3	0	0
4	1	4	0.0026	0.0827
5	1	5	0.0595	0.6721

6	1	6	10.0095	0.9806
7	2	1	3.3384	4.6864
8	2	2	10.6632	3.0724
9	2	3	11.6647	7.4258
10	2	4	0	0
11	2	5	0.01280	0.2384
12	2	6	0	0
13	3	1	6.6110	4.7095
14	3	2	0.0316	0.4649
15	3	3	8.3569	7.5116
16	3	4	9.5224	5.8730
17	3	5	0.0104	0.1815
18	3	6	0	0
19	4	1	0	0
20	4	2	1.2935	2.9264
21	4	3	0	0
22	4	4	6.4857	5.8247
23	4	5	13.8856	1.2361
24	4	6	0	0

Fuente: Del Propio Autor. Marzo 2014.

Con el fin de comprar los diferentes resultados arrojados por el modelo al aumentar o disminuir el número de iteraciones, se corre una vez más, en donde el valor de la función objetivo después de 5000 iteraciones dio igual a 664.9 con una desviación estándar de 50.85. A continuación, se presentan en la Tabla 6 los resultados del algoritmo de Montecarlo después de 5000 iteraciones.

Tabla. 6 Momentos Estadísticos De Primera Y Segunda Orden Encontrados En Cada Ruta Después de 5.000 Iteraciones.

CENTRO DE PRODUCCION	CENTRO DE DEMANDA	MEDIA	DESVIACIÓN ESTÁNDAR
1	1	2.00E-05	8.00E-06
1	2	0.02	0.32
1	3	1.00E-05	6.00E-06
1	4	0.02	0.26

1	5	0.14	1
1	6	10.1	1.03
2	1	3.5	4.69
2	2	10.2	3.69
2	3	12	7.48
2	4	2.00E-03	0.05
2	5	3.00E-03	0.07
2	6	1.00E-05	7.00E-06
3	1	6.49	4.79
3	2	0.04	0.46
3	3	8.14	7.47
3	4	9.74	5.99
3	5	0.03	0.71
3	6	1.00E-05	5.00E-06
4	1	1.00E-05	5.00E-06
4	2	1.75	3.56
4	3	2.00E-05	7.00E-06
4	4	6.25	5.93
4	5	13.9	1.58
4	6	1.00E-05	5.00E-06

Fuente: Del Propio Autor. Octubre de 2018.

5.3 SOLUCION DEL PROBLEMA PARA MODELO DE TRANSPORTE CON INCERTIDUMBRE

Se toman los valores del modelo expuesto en el artículo “A Transportation Model with Uncertain Costs and Demands” por Yuhong Sheng y Kai Yao, en donde se planea transportar carbón desde 4 minas a 6 ciudades diferentes, en donde los costos c_{ij} para el transporte de una unidad del recurso i al destino j siguen una distribución normal de incertidumbre N (e_{ij}, σ_{ij}), para i = 1,2,3,4, y j = 1,2,3,4,5,6, respectivamente. La oferta s_i del origen i la demanda d_j del destino j siguen una distribución de incertidumbre normal N (e_i, σ_i) y N ($e'j$, $\sigma'j$), i =1,2,3,4, j=1,2,3,4,5,6, respectivamente.

En la Ilustración 6, se muestra la rutina de datos de entrada del problema, en donde teniendo en cuenta el número de destinos y el número de orígenes, se analiza C_{ij} que corresponde a la matriz con los valores medios para el costo de llevar cada unidad de producto desde el punto de oferta i , hasta el punto de destino j, DE_{ij} que corresponde a la matriz con los valores de desviación estándar para los costos de transporte desde la ciudad i a la ciudad j , el vector de producción s y su desviación estándar siendo DEs , además del vector de demanda d y su correspondiente desviación estándar DEd Con un porcentaje de índice de confiabilidad B que hace referencia al grado de consistencia y estabilidad de los resultados obtenidos.

Ilustración 6 Rutina De Entrada De Datos Del Problema.

```
%% *****************************************
% DATOS DEL PROBLEMA
m=4;  % Número de Centros de producción
n=6;   % Número de centros de Demanda

% Matriz de Costos Oferta-Demanda
%---------------------------------------
Cij=[18  18  18  17  18   8;
8   9   5  18  18  18;
8  16   6  10  18  20;
19  12  16  10  11  20];

% Matriz de Desviación Estandar
%---------------------------------------
DEij=[ 2   2   2  1.5  2  1.5;
1  1.5 1.5  2  1.5 1.5;
1.5 1.5 1.5 1.5 1.5 1.5;
1.5 1.5 1.5 1.5 1.5  2 ];

% Vector de Producción
%---------------------------------------
S  =[ 23  28   30   26];
DEs=[1.5 1.5  2.0  2.0];

% Vector de Demanda
%---------------------------------------
D  =[ 10  12   20   16   14  10];
DEd=[1.5 1.0  1.0  1.0  1.0 1.0];

% Indice de Confiabilidad
%---------------------------------------
B=0.9;
```

Fuente: Del Propio Autor. 2018.

En la Ilustración 7 se presenta la rutina de solución del problema para el modelo de transporte con incertidumbre a través de *Solver*.

Ilustración 7 Rutina De Solución Del Problema Para Modelo De Transporte Con Incertidumbre

```
Clc
clear
//*****************************************************
//% BASE DE DATOS DEL PROBLEMA
exec('C:\Users\capeñuela\Documents\Scilab\Datos1.sci',-1)
// *********************************************************
// GENERACIÓN DE VECTORES DE RECURSOS Y COSTOS DE GENERACIÓN
c=[];
for k=1:m
    c=[c; Cij(k,:)'];
end
// *********************************************************
b=[S' ;-D'];
// MODIFICACION DEL VECTOR DE RECURSOS
for i=1:m
  b(i)=b(i) + (DEs(i)*sqrt(3)/%pi)*log(1/B-1);
end
for i=1:n
  b(m+i)=b(m+i) + (DEd(i)*sqrt(3)/%pi)*log(1/B-1);
end
A=[ As;
  -Ad];
lb=zeros(length(c),1);
// *********************************************************
// SOLUCIÓN A TRAVÉS DE SOLVER
//options=optimset('LargeScale','off','Simplex','on');
[x,FO,exitflag,iter,yopt]=karmarkar([],[],c,[],1.d-5,[],[],[],A,b,lb,[]);
// *********************************************************
// MOSTRAR SOLUCION
Solucion=[]
for i=1:m
    for j=1:n
        if x(n*(i-1)+j)>0.1
           Solucion=[Solucion; i  j  x(n*(i-1)+j)];
        end
    end
end
format("v",6)
disp(FO)
format("v",5)
disp(Solucion)
```

Fuente: Del Propio Autor. Octubre de 2018.

Los resultados alcanzados por la rutina descrita en la Ilustración 7 para el problema de transporte con incertidumbre se ven reflejados en la Tabla 7, en donde se obtiene una función objetivo de 766.1.

Tabla. 7 Solución Problema de Trasporte con Incertidumbre.

Centro de producción	Centro de demanda	carga
1	4	0.64
1	5	0.68
1	6	11.2
2	2	13.2
2	3	13
3	1	11.8
3	3	8.24
3	4	7.52
4	4	9.05
4	5	14.5

Fuente: Del Propio Autor. Octubre de 2018.

Los resultados obtenidos en el artículo “A Transportation Model with Uncertain Costs and Demands” para el problema del modelo de transporte con incertidumbre propuesto en el mismo, están representados en la Tabla 8, a su vez, se obtiene el menor costo del problema de transporte igual a 766.143.

Tabla. 8 Solución Problema de Trasporte con Incertidumbre “A Transportation Model with Uncertain Costs and Demands”

Centro de producción	Centro de demanda	Carga
1	5	1.325328
1	6	11.21139

2	2	13.21139
2	3	12.97152
3	1	11.81709
3	3	8.239877
3	4	7.520246
4	4	11.81709
4	5	13.88607

Fuente: Del Propio Autor. 2018.

6 CONCLUSIONES

- Por medio de la presente investigación se pudo comparar los resultados de los problemas Clásico de transporte, Monte Carlo y el de transporte con incertidumbre propuesto en el artículo tomado como base para esta investigación "A Transportation Model with Uncertain Cost and Demands" en donde se comprobó que este último, teniendo en cuenta las funciones objetivo y las desviaciones estándar se aleja significativamente de un escenario probable, incluso después de las 10.000 iteraciones aplicadas en el modelo resuelto mediante el método de Monte Carlo.

- En comparación con el modelo de transporte planteado en el artículo "A Transportation Model with Uncertain Cost and Demands", tomado como base para la realización de este proyecto y el método de Monte Carlo, se obtuvo una variación porcentual entre las funciones objetivo, equivalente a 13.19%.

- De acuerdo con los resultados obtenidos mediante la simulación de Monte Carlo se pudo evidenciar rutas que nunca serán despachadas puesto que presentan los costos más altos lo cual disminuye su probabilidad de ser asignadas.

- Comparando la solución del modelo clásico de transporte con el de Monte Carlo, se pudo observar que ambos presentan soluciones similares en cuanto a las asignaciones para las rutas 1-6, 4-4 y 4-5.

- El método Monte Carlo, es un método muy versátil que incluye técnicas que permiten obtener soluciones a problemas matemáticos o físicos en diferentes escenarios, por medio de pruebas aleatorias.

- El tipo de problemática analizada en esta investigación genera un alto impacto a nivel comercial y ahí radica la importancia de encontrar soluciones óptimas a los problemas de transporte y distribución de mercancías. Los diferentes modelos de transporte están en constante transformación debido a las necesidades que hoy por hoy se presentan en este campo. Esta es una investigación abierta que sugiere la continuación de los estudios en esta área ampliando cada vez más los modelos y resolviendo a su vez problemas de mayor envergadura.

- A partir de la búsqueda de antecedentes que se realizó como soporte de esta investigación, se pudo ver que no existe un número significativo de estudios dedicados a resolver problemas de transporte con incertidumbre, lo cual genera un área de trabajo para futuras investigaciones.

7 TRABAJOS FUTUROS

Teniendo en cuenta el presente trabajo de investigación, y pensando en futuras investigaciones sobre modelos de transporte que tengan las mismas características o similares a las del modelo presentado anteriormente, se hacen las siguientes sugerencias o recomendaciones:

- Hacer un análisis más amplio de antecedentes y de otros proyectos de investigación existentes basados específicamente en optimización estocástica.
- Implementar los algoritmos de solución en instancias de mayor tamaño y complejidad que incluya un mayor número de lugares de origen y destinos, así como diferentes distribuciones de probabilidad para validar el modelo en dichas condiciones.
- Validar el modelo con datos acordes a la realidad del transporte nacional para que pueda ser implementado en la práctica.
- Implementar alguno de los algoritmos de solución empleados en las referencias citadas en los antecedentes de este proyecto, tales como, algoritmo genético, colonia de hormigas y EPSO.

8 BIBLIOGRAFIA

- AGUADO, J. S. Fixed Charge Transportation Problems: a new heuristic approach based on Lagrangean Relaxation and the solving of core problems. Annals of Operations Research. noviembre de 2009. En Internet: https://doi.org/10.1007/s10479-008-0483-2.
- BÁEZ, Ángeles, CARDONA, Yajaira, ALVAREZ, Ada. Modelando Incertidumbre en el Diseño de una Cadena de Suministro. Revista Ciencia Uanl / Vol. Xii, No. 3, Julio - septiembre 2009.
- BALLOW, R. H., Business Logistic/Supply chine management, 2004
- BARCOS Lucia, RODRIGUEZ Victoria M. ALVAREZ Mª Jesús. Algoritmo basado en la optimización mediante colonias de hormigas para la resolución del problema del transporte de carga desde varios orígenes a varios destinos. Departamento de Organización Industrial, Tecnun, Universidad de Navarra, España. 2002.
- BAZARAA, S., SHERALI, H.D. and Shetty, C.M. Nonlinear Programming Theory and Algorithms. 3rd Edition, John Wiley and Sons, New York. 2006. Disponible en internet: https://doi.org/10.1002/0471787779.
- BERNAL, Marta. Transporte de carga: Una cuantía aún a medio pagar. LEGIS, Revista de Logística. Mayo de 2012. Disponible en internet: http://www.revistadelogistica.com/transporte-de-carga-una-cuantia-aun-a-medio-pagar.asp.
- BILGLE, U., AGV Systems with multi-load carriers: Basic issue and potential benefits, 1997.
- CHAGÜENDO Domingo, Francy Elena. Los grandes problemas que moviliza el transporte de carga. En: El País Febrero, 2011. Disponible en

internet: http://www.elpais.com.co/elpais/economia/noticias/grandes-problemas-moviliza-transporte-carga.

- DORIGO, M., & GAMBARELLA, L. M. Ant colony systems: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997.
- E. Cerd´aa, J. Morenob. Universidad de Valencia. 2004.
- GALVAN, Silvia, ARIAS, Javier, LAMOS, Henry; “Optimización por Simulación Basado en EPSO Para el Problema de Ruteo de Vehículos con Demandas Estocásticas”; Universidad Industrial de Santander; Mayo 5 de 2013.
- GENTLE, James E. Random Number Generation and Monte Carlo Methods, Statistics and Computing. Springer-Verlag New York. Segunda edición. 2003.
- GONZALEZ de la Rosa, Manuel, MARTINEZ Urbano, Norma, GARCIA Gonzáles, Venancio, otros. Estudio de tres algoritmos heurísticos para resolver un problema de distribución con ventanas de tiempo: Sistema por colonia de hormigas, búsqueda tabú y heurística constructiva de una ruta. Universidad Autónoma del Estado de México, México. 29 de abril de 2018.
- HVATTUM Lars M., LØKKETANGEN Arne, LAPORTE Gilbert. Solving a Dynamic and Stochastic Vehicle Routing Problem with a Sample Scenario Hedging Heuristic. Informs PubsOnLine (En Linea). Noviembre de 2006. En Internet: https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.1060.0166.
- KOO, P. H., Lee, W. S., & JANG, D. W. Fleet sizing and vehicle routing for container transportation in a static environment. 2004. OR Spectrum, 26(2), 193-2009.
- LAPORTE, G., Fifty years of vehicle routing. 2009
- LIU B., Uncertainty Theory, Segunda Edición., Springer-Verlag, Berlin, 2007
- MARQUEZ Díaz, Luis Gabriel, CANTILLO Maza, Víctor Manuel, Evaluación de los parámetros de las funciones de costo en la red estratégica de

transporte de carga para Colombia. Ingeniería y Desarrollo [en línea] 2011, 29 (Julio-Diciembre). [Fecha de consulta: 10 de agosto de 2018] Disponible en:<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=85220757010> ISSN 0122-3461.

- MOHAMAD, J. A., BENCE Pieres, M. Análisis de decisión aplicado a la logística de transporte [en línea]. En: III Congreso Argentino de Ingeniería Industrial; Oberá: Universidad Nacional de Misiones. Facultad de Ingeniería. 2009 Octubre 29-30. Disponible:http://www.bibliotecadigital.uca.edu.ar/repositorio/contribuciones/analisis-decision-aplicado-logistica-transporte.pdf.
- MORA, Lilian A. Trandin Center, Formación & información para el inventor, noviembre de 2009.
- NIÑO Alfonso, NELCY Yazmín. Generación de espectros de rayos x de baja energía por simulación Monte Carlo. Universidad Nacional de Colombia. Parte 2. 2011 en Internet como: http://www.bdigital.unal.edu.co/4748/2/nelcyyazminninoalfonso.2011.parte2.pdf.
- OLIVEIRA, A. Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos. Universidad de la República, Instituto Computacional, Facultad de Ingeniería. Uruguay, 2004.
- PEREZ V. Gerson Javier, "La infraestructura del transporte vial y la movilización de carga en Colombia," Documentos De Trabajo Sobre Economía Regional Y Urbana 012679, Banco De La República - Economía Regional. Cartagena, Colombia. Octubre de 2005.
- RODRIGUEZ Aragon, Licesio J. Universidad de Castillo-La mancha. 2011
- SHENG, Yuhong, YAO, Kai. Modelo de Transporte con Incertidumbre de Costos y Demandas. Facultad de Matemática y Ciencias de Sistemas de la Universidad de Xinjiang, Urumqi 830046, China, Departamento de Ciencias Matemáticas de la Universidad de Tsinghua, Beijing 100084, China, International journal on information, August 2012.
- Software Scilab 2009. https://www.scilab.org/

- TZONG-RU Lee, JI-HWA Ueng, "A study of vehicle routing problems with load-balancing", International Journal of Physical Distribution & Logistics Management, Vol. 29 Issue: 10, pp.646-657. 1999. Disponible en Internet: https://doi.org/10.1108/09600039910300019.
- Universidad de los Andes, Facultad de administración. Observatorio de Competitividad, Centro de Estrategia y Competitividad, Condiciones. En Línea. Disponible en Internet: https://cec.uniandes.edu.co/index.php/condiciones.
- Universidad Nacional de Colombia, Dirección nacional de innovación académica. 2001.
- URDANETA Nicolas, La infraestructura vial de Colombia: un reporte de la Cuarta Generación de Concesiones y la Ruta del Sol. Supuestos, Revista Económica. En Línea. 2 de junio de 2017. Disponible en Internet: http://revistasupuestos.com/transporte/2017/6/2/la-infraestructura-vial-de-colombia-un-reporte-de-la-cuarta-generacin-de-concesiones-y-la-ruta-del-sol.
- VARGAS Daniel, Manager Advisory Services Ernst & Young Colombia, Tendencias y retos en logística. Revista de logística. En línea. 9 de febrero de 2016. Disponible en internet: https://revistadelogistica.com/actualidad/tendencias-y-retos-en-logistica/.
- WINSTON, Wayne L., Investigación de operaciones, Aplicación y algoritmos. Thomson. cuarta edición. 2006.
- ZAMBRANO Ana María. La Infraestructura es la Clave. El Colombiano. En Línea. 28 de junio de 2011. Disponible en internet: http://www.elcolombiano.com/historico/la_infraestructura_es_la_clave-PFEC_139240.
- ZHANG B, and PENG J, Uncertain programming model for Chinese postman problem with uncertain weights, Industrial Engineering & Management Systems, Vol.11, No.1, 18-25, 2012.